

Aplicación práctica de las matemáticas financieras en Ecuador

Olga Maritza Rodríguez Ulcuango
Hernán Octavio Arellano Díaz



ESPOCH

2021

Aplicación práctica de las matemáticas financieras en Ecuador

Aplicación práctica de las matemáticas financieras en Ecuador

Olga Maritza Rodríguez Ulcuango
Hernán Octavio Arellano Díaz



Aplicación práctica de las matemáticas financieras en Ecuador

© 2021 Olga Maritza Rodríguez Ulcuango y Hernán Octavio
Arellano Díaz

© 2021 Escuela Superior Politécnica de Chimborazo

Panamericana Sur, kilómetro 1 ½
Instituto de Investigaciones
Dirección de Publicaciones Científicas
Riobamba, Ecuador
Teléfono: 593 (03) 2 998-200
Código Postal: EC0600155

Aval ESPOCH

Este libro se sometió a arbitraje bajo el sistema de doble ciego
(*peer review*)

Corrección y diseño:
La Caracola Editores

Impreso en Ecuador

Prohibida la reproducción de este libro, por cualquier medio, sin la
previa autorización por escrito de los propietarios del *Copyright*

CDU: 511 + 517 + 658

Aplicación práctica de las matemáticas financieras en
Ecuador

Riobamba: Escuela Superior Politécnica de Chimborazo

Dirección de Publicaciones, año 2021

328 pp. vol: 17,6 x 25 cm

ISBN: 978-9942-40-449-7

1. Álgebra

2. Análisis matemático

3. Administración de Empresas. Finanzas.

Maritza R.

*A mi pequeña Danielita Michelle y mi abnegada madre y Cris;
por el tiempo cedido para construir esta obra.*

Hernán A.

*A mi esposa Tamara, a mis hijos Gabriela y Matheo,
por su amor incondicional.*

ÍNDICE GENERAL

Introducción	8
Capítulo I. Introducción a la matemática financiera	9
1.1 Porcentajes	10
1.2 Progresiones	13
1.3 Logaritmos	25
1.4 Ecuaciones.....	29
1.5 Actividades complementarias.....	32
Capítulo II. Interés y monto simple	34
2.1 El dinero	35
2.2 Sistema financiero ecuatoriano	36
2.3 Mercado de intermediación financiera	37
2.4 Mercado de desintermediación financiera.....	38
2.5 Interés	41
2.6 Factores que influyen en la determinación del interés	41
2.7 Interés simple	42
2.8 Tiempo.....	44
2.9 Tasa de interés (i)	45
2.10 Clasificación de los tiempos bajo la norma bancaria	47
2.11 Capitalización	52
2.12 Monto simple	53
2.13 Matemática de casos operaciones pasivas: inversión.....	56
2.14 Rendimientos financieros	74
2.15 Actualización	76
2.16 Valor actual.....	77
2.17 Descuentos	82
2.18 Matemática de casos.	99
2.19 Ecuaciones de valor equivalentes en el interés simple.....	106
2.20 Normativa legal ecuatoriana para la ecuación de valor.....	107
2.21 Operación financiera tipo 1	108
2.22 Operación financiera tipo 2	113
2.23 Operación financiera tipo 3	118

2.24 Cuentas de ahorros	121
2.25 Actividades complementarias.....	132
Capítulo III. Interés y monto compuesto	137
3.1 Método de interes compuesto.....	138
3.2 Interes compuesto.....	138
3.3 Deducción de la fórmula del monto compuesto.....	140
3.4 Ley de formación del monto compuesto	148
3.5 Cálculo de períodos fraccionarios de capitalización	149
3.6 Fórmulas derivadas del monto compuesto	155
3.7 Tasa efectiva de interés real o equivalente	156
3.8 Tasa de interés del monto compuesto.....	163
3.9 Tiempo del monto compuesto	165
3.10 Valor actual.....	168
3.11 Descuento compuesto.....	172
3.12 Actividades complementarias.....	183
Capítulo IV. Rentas y anualidades	189
4.1 Clasificación de las anualidades o rentas.	192
4.2 Monto de una anualidad cierta vencida y simple	195
4.3 Valor actual anualidad cierta vencida y simple	200
4.4 Renta de una anualidad cierta vencida simple	205
4.5 Renta a partir del monto	205
4.6 Renta con base en el valor actual	208
4.7 Tiempo basado en una renta cierta vencida simple	209
4.8 Tiempo a partir del monto	210
4.9 Tiempo a partir del capital valor actual.....	213
4.10 Tasa de interés de una anualidad cierta vencida simple	216
4.11 Tasa de interés a partir del monto.....	116
4.12 Tasa de interés a partir del valor actual	219
4.13 Actividades complementarias.....	227
Capítulo V. Sistemas de amortización y acumulación	233
5.1 Crédito	234
5.2 Sistemas de amortización	238
5.2.1 Sistema de amortización francés, restas o dividendos iguales	240
5.2.2 Sistema de amortización alemán, o de cuotas de capital iguales ..	249
5.3 Tablas de amortización con tasas de interés reajustables	266

5.4 Actividades complementarias.....	291
Capítulo VI. Van, tir y excel para las finanzas	294
6.1 Valor actual neto (van-vna)	295
6.2 Tasa interna de retorno	298
6.3 Excel para las finanzas	303
6.3.1 Función pago	303
6.3.2 Función valor actual	304
6.3.3 Función valor futuro	305
6.3.4 Función tasa.....	307
6.3.5 Función número de períodos	308
6.3.6 Función interés efectivo	309
6.3.7 Función tasa nominal.....	310
6.3.8 Función pago principal y pago interés.....	311
6.3.9 Función valor neto actual	314
6.3.10 Función tasa interna de retorno	317
6.4 Ejercicios de autoevaluación	320
6.5 Competencias para formar en los estudiantes	321
Referencias bibliográficas	322

INTRODUCCIÓN

En todos los ámbitos del campo empresarial, dadas las condiciones generadas por la modernidad y la competitividad, se exige que las decisiones en los diferentes ámbitos se lo tome de manera eficiente, efectiva y económica, buscando criterios de maximización de los recursos y optimización de costos, más aún cuando los recursos económicos y financieros son, por lo general, restringidos y escasos.

De ahí que la matemática financiera juega un papel muy importante en la formulación de modelos para la generación de propuestas técnicas relacionadas con operaciones financieras donde intervienen recursos monetarios en operaciones de ahorro, inversión o financiamiento en el corto, mediano y largo plazo, criterios para determinar el valor del dinero en el tiempo, entre otros aspectos, que se deben ajustar a las perspectivas internas y externas de las organizaciones, así como a la disponibilidad de los recursos monetarios propios y ajenos para garantizar su uso adecuado, correcto y racional. Al fin y al cabo, no se puede olvidar que el desarrollo de Ecuador está sustentado en la dinámica generada en la colocación de préstamos a los sectores deficitarios de recursos y lo más importante para ellos es seleccionar el método que más se ajuste a las necesidades de las organizaciones que usan esas modalidades de apalancamiento para maximizar el valor en el tiempo.

La presente obra pretende convertirse en un libro de fácil uso para tratar temas relacionados con matemáticas orientadas al sistema financiero ecuatoriano, aplicando la normativa legal vigente. Se usa un lenguaje práctico y sencillo para abordar temas relacionados con el método de interés simple y compuesto, rentas y/o anualidades, amortización y métodos de amortización, métodos de acumulación, valor presente neto, tasa interna de retorno, más una sección dedicada a aplicaciones financieras usando la hoja de cálculo Excel, lo que permitirá que el lector pueda optimizar el tiempo en la toma de decisiones crediticias y/o alternativas de inversión.

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA FINANCIERA

El pesimista se queja del viento.

El optimista espera que cambie.

El realista ajusta las velas.

WILLIAM GEORGE WARD

Objetivo

Explicar los elementos introductorios de matemática financiera, utilizando las formas de pensamiento lógico en la aplicación de operaciones financieras de manera eficaz.

Logros de aprendizaje

El lector estará en capacidad de:

- Desarrollar los criterios básicos que lo habiliten a plantear o resolver problemas relacionados con los porcentajes.
- Resolver ejercicios sobre la base de exponentes, logaritmos y antilogaritmos, utilizando un dispositivo de cálculo.
- Distinguir los diversos tipos de problemas y generar su resolución a través criterios matemáticos básicos.

Para adentrarse en el mundo de las matemáticas financieras, previamente es necesario consolidar los conocimientos básicos en matemáticas generales, lo que permitirá poseer mayor y fácil comprensión de los casos presentados orientados a las ciencias administrativas.

1.1 PORCENTAJES

Se denomina porcentaje o tanto por ciento, a la relación proporcional con cada 100 unidades, expresada mediante el símbolo %. Es decir que, al expresar 10 %, significa la décima parte de 100 unidades.

Aplicaciones

Generalmente, los porcentajes se utilizan para establecer comisiones a sus colaboradores por el cumplimiento de una meta, realizar descuentos o recargas, presentar variables demográficas, estadísticas, entre otros.

En matemática financiera su relación es directa en la determinación del costo del dinero a través del tiempo expresado en tasas de interés pasiva (ahorro e inversión bancaria) y activa (préstamos).

Expresiones equivalentes a porcentajes

Todo número expresado en porcentaje (%) puede transferirse en su expresión decimal o fraccionaria, es decir que x %, significa que, de cada 100 partes, se toman x , de tal forma x % es igual a $x/100$. En la tabla 1, se muestra la lectura y análisis establecido para un porcentaje.

Siendo:

Porcentaje: 35 %

Fracción: $35/100$

Decimal: 0,35

Tabla 1.1. Equivalencia en porcentaje

Caso	Porcentaje	Lectura	Análisis	Fracción
El 12 % del impuesto al valor agregado	12 %	Doce por ciento	De cada 100 partes, 12 se cargará el impuesto	$\frac{12}{100}$
En Ecuador, al año 2014, el empleo se acumuló principalmente en el sector de servicios con el 37 %	37 %	Treinta y siete por ciento	De cada 100 personas empleadas, 37 corresponden al sector de servicios	$\frac{37}{100}$
A julio de 2017, el 4,84 % corresponde a la tasa pasiva efectiva referencial en Ecuador	4,84 %	Cuatro coma ochenta y cuatro por ciento	De cada 100 puntos, 4,84 generan interés	$\frac{4,84}{100}$

En la praxis de matemática financiera, las tasas unitarias serán expresadas en tanto por uno. Por ejemplo:

- 8 % significa 8 unidades monetarias de cada 100 unidades monetarias
- 0,8 % equivale a 0,8 unidades monetarias de cada 100.

Ejercicio 1.1

Calcular el valor de la factura de venta de una refrigeradora, cuyo precio marcado es USD 1780 si se ofrece el 15 % de descuento por venta al contado.

Valor final: ¿?

Precio de mercado: USD 1780

Descuento: 15 %

$$\text{Valor final} = \text{Precio marcado} - \text{Valor descuento} \quad [1]$$

$$X = 1780 - \left(1780 \times \frac{15}{100}\right)$$

$$X = USD 1513$$

El precio de venta que corresponde a la refrigeradora luego de haber realizado el descuento del 15 % por pronto pago es de USD 1513.

Ejercicio 1.2

Ha pagado USD 36,50 por una prenda de vestir, la misma que estaba con descuento del 30 % ¿Cuánto costaba la prenda antes del descuento?

$$\text{Valor final} = \text{Precio marcado} - \text{Valor descuento}$$

$$USD 36,50 = X - \left(X \times \frac{30}{100}\right)$$

$$USD 36,50 = X - \frac{30}{100}X$$

$$USD 36,50 = X (1 - 0,30)$$

$$X = USD 52,14$$

La prenda costaba antes del descuento un valor de USD 52,14; sin embargo, este valor fue sometido al 30 % de descuento y su precio final fue de USD 36,50 (para la resolución se utilizó la fórmula [1]).

1.2 PROGRESIONES

Antes de entrar en definiciones y su correspondiente clasificación, conviene señalar que estos modelos matemáticos son esenciales en matemática financiera. Por ejemplo, las progresiones aritméticas, tienen un comportamiento matemático similar al método de interés simple, pues la diferencia entre sus términos es una constante, algo que se puede observar con mucha claridad en los casos relacionados con amortización de créditos basados en su totalidad en el método de interés simple, y que se conoce en el campo financiero como saldos deudores de capital o método alemán. Mientras que el sistema de rentas o anualidades que apadrina el método de amortización de créditos llamado método francés fue construido tomando como base las progresiones geométricas, en el que se sustenta su modelo matemático y que es aplicado en el sistema de créditos como en el de ahorros de largo plazo. Por tanto, se recomienda poner énfasis en estos modelos que ayudarán a explicar el comportamiento del interés en el tiempo, en los próximos capítulos.

Sucesión

Es un conjunto de números naturales ordenados, entendiéndose como primer término, segundo, tercer término, entre otros. Ejemplo:

$$a_n = (a_1, a_2, a_3, a_4 \dots a_n)$$

Sin embargo, no todas las sucesiones pueden ser progresiones, pero todas las progresiones sí corresponden a una sucesión.

Progresión

Según C. Fernández (2010), la progresión es un sistema que integra una colección de términos y cumple ciertas propiedades; entre ellas, tiene un primer elemento, no repite término alguno, cualquier término puede ser alcanzado desde el primero en un número finito de pasos, es decir, crece o decrece bajo una regla determinada.

Tipos de progresiones:

- a) Aritmética
- b) Geométrica
- c) Geométrica infinita

Progresión aritmética

Se define a una progresión aritmética al conjunto de números generalmente llamados términos que están ordenados a través de una secuencia lógica generada por una diferencia común, siendo positiva o negativa.

Ejemplo:

$$a_n = (3, 6, 9, 12, 15)$$

La diferencia entre a_1 y a_2 (3 y 6) es $d = 3$, ya que $6 - 3 = 3$, de la misma forma al comparar a_4 y a_5 , es $d = 3$, lo que se concluye que al existir dicha progresión la diferencia se mantiene en la sucesión.

Fórmula de una progresión aritmética:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \quad [2]$$

Donde:

a_n = término enésimo

a_1 = primer término

n = número de término a determinar

d = diferencia común

Suma de una progresión aritmética

Cuando se requiere proceder con la suma de los términos que están ordenados bajo una diferencia común, se deberá basarse en la siguiente fórmula:

$$S = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \quad [3]$$

Donde S , es la suma de la progresión aritmética, identificándose claramente el primer término a_1 y el último término que desea adicionar a_n .

Ejercicio 1.3

Determinar el décimo término y su respectiva sumatoria de la progresión aritmética (4, 8, 12...)

Datos

$$n = 10$$

$$a_1 = 4$$

$$d = 4$$

$$a_{10} = ?$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \quad [4]$$

$$a_{10} = 4 + (10 - 1)4$$

$$a_{10} = 40$$

El décimo término de la siguiente progresión aritmética (4, 8, 12...) es 40.

Ejercicio 1.4

Datos

$$n = 10$$

$$a_1 = 4$$

$$a_{10} = 40$$

$$S = ?$$

$$S = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \quad [5]$$

$$S = \frac{10}{2}(4 + 40)$$

$$S = 220$$

La suma de términos de la progresión aritmética (4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40) es 220.

Ejercicio 1.5

Determinar el último término de un crédito que tendrá que pagar, donde la primera mensualidad es de USD 241,67; la segunda, USD 239,58; la tercera, USD 237,50, y así sucesivamente, durante 36 meses.

Datos

$$n = 36$$

$$a_1 = 241,67$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \quad [6]$$

$$a_2 = 239,58$$

$$a_{36} = 241,67 + (36 - 1)(-2,09)$$

$$d = a_2 - a_1$$

$$a_{36} = 168,52$$

$$d = \$ - 2,09$$

$$a_{36} = ?$$

El trigésimo sexto término de la siguiente progresión aritmética es USD 168,52.

Ejercicio 1.6

Sobre la base de los datos anteriores, determine la suma de términos (monto simple).

Datos

$$n = 36$$

$$a_1 = 241,67$$

$$a_{36} = 168,52$$

$$S = ?$$

$$S = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \quad [7]$$

$$S = \frac{36}{2}(241,67 + 168,52)$$

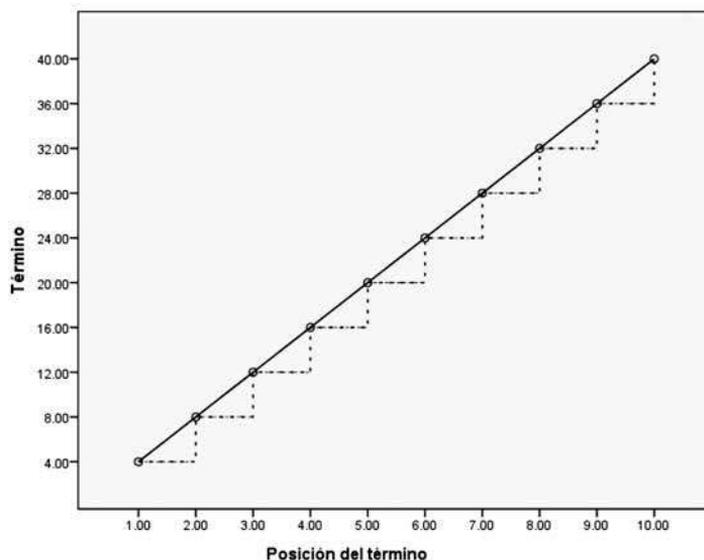
$$S = 7\,383,42$$

La suma de términos de la progresión aritmética es 7 383,42 o el monto total adeudado.

Comportamiento de una progresión aritmética

Al graficar los términos, la tendencia corresponde a una línea recta con pendiente positiva, donde va incrementándose en cuatro puntos cada posición.

Figura 1.1 Comportamiento progresión aritmética



Este modelo es similar al comportamiento del método del interés simple que se profundizará en el capítulo II del libro.

Progresión geométrica

Es una sucesión de números cuyos términos se obtienen multiplicando por un determinado valor constante al cual denominaremos razón.

Su razón al largo plazo presentará una característica hipergeométrica y al corto plazo se comporta en una curva geométrica a corto plazo.

Fórmula:

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad [8]$$

Donde:

a_n = término enésimo

a_1 = primer término

n = número de término a determinar

r = razón

Suma de términos – fórmula

$$S = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} \quad [9]$$

Donde:

a_1 = primer término

n = número de término a determinar

r = razón

Ejercicio 1.7

Hallar el décimo término de la progresión geométrica de la siguiente sucesión (3, 6, 12) y la suma de sus términos.

Datos

$$a_1 = 3$$

$$n = 10$$

$$r = 2$$

$$S = ?$$

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_{10} = 3 * 2^{10-1}$$

$$a_{10} = 1\ 536$$

El décimo término de la progresión geométrica 2, 1,05... es 1536. Para lo cual se utiliza la ecuación [8]

Suma de términos (utilizando la ecuación [9])

$$S = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S = \frac{3(2^{10} - 1)}{2 - 1}$$

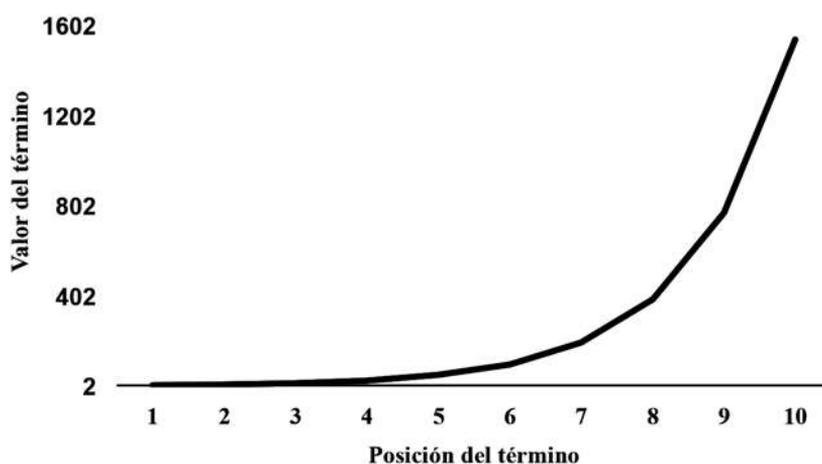
$$S = 3\ 069$$

La sumatoria de los diez términos presentados para el cálculo de la progresión geométrica ejemplificada es de 3069.

Comportamiento gráfico de la progresión geométrica

La gráfica en función de la razón tiene un comportamiento creciente con la particularidad acelerada.

Figura 1.2 Comportamiento gráfico de la progresión geométrica



Este modelo matemático es similar al comportamiento del sistema de rentas o anualidades, que abarcan temas relacionados con sistemas de amortización de créditos y sistemas de acumulación de recursos de largo plazo.

Ejercicio 1.8

Hallar el octavo término de la progresión geométrica de la siguiente sucesión (2, 1, 0,5) y la suma de sus términos.

Datos

$$a = 2$$

$$n = 8$$

$$r = 0,5$$

$$S = ?$$

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_8 = 2 * 0,5^{8-1}$$

$$a_8 = 0,015$$

El octavo término de la progresión geométrica 2, 1, 0,5... es 0,015

Suma de términos

$$S = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$$

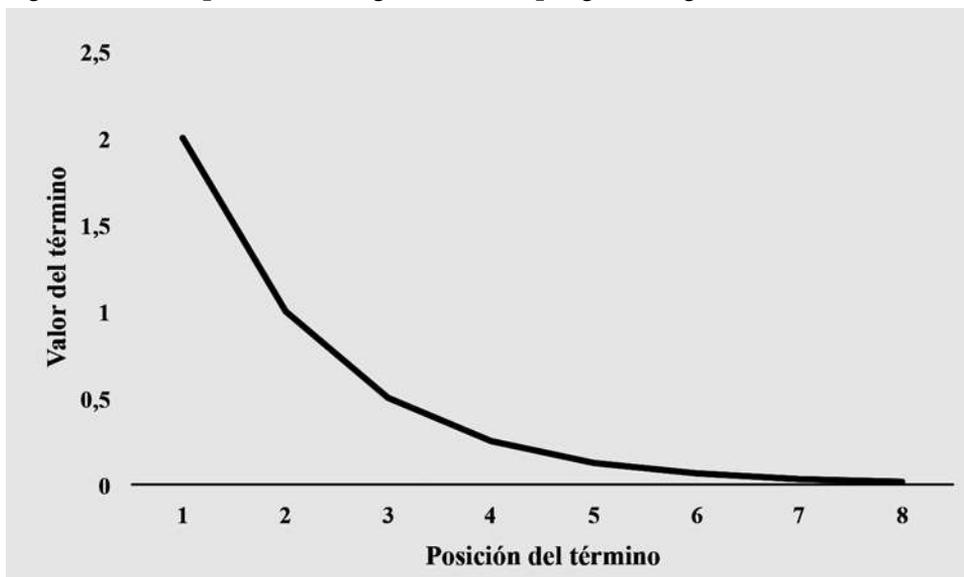
$$S = \frac{2(0,5^8 - 1)}{0,5 - 1}$$

$$S = 3,984$$

La sumatoria de los ocho términos dados en la progresión geométrica, ejemplificada es de 3,984.

Comportamiento gráfico de la progresión geométrica decreciente

Figura 1.3 Comportamiento gráfico de la progresión geométrica decreciente



La gráfica en función de la razón tiene un comportamiento decreciente con la particularidad acelerada en el ritmo de decrecimiento con respecto al de la progresión aritmética.

Suma de los infinitos términos de una progresión geométrica decreciente

Para determinar la suma de los infinitos términos es necesaria la aplicación de la siguiente fórmula:

$$S_{\infty} = \frac{a_1}{1 - r} \quad [10]$$

Donde:

a_1 = primer término

r = razón

S_∞ = suma de términos al infinito

Ejercicio 1.9

Hallar la suma de sus infinitos

Donde: $a_1 = 4$; $r = \frac{1}{2}$

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-r}$$

$$S_\infty = \frac{4}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$S_\infty = 8$$

La suma de los términos al infinito de la progresión geométrica cuyo primer término es 4 y la razón es $\frac{1}{2}$, su resultado es 8.

A continuación, se presenta un cuadro resumen de las fórmulas aplicadas en progresiones para un mejor entendimiento y comparación:

Tabla 1.2 Cuadro resumen progresiones

PROGRESIONES		
	ARITMÉTICAS	GEOMÉTRICAS
Término general	$a_n = a_1 + (n - 1)d$	$a_n = a_1 r^{n-1}$
Suma de términos	$S = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$	$S = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$
Suma de los infinitos términos		$S_\infty = \frac{a_1}{1-r}, r < 1$

Las progresiones aritméticas y geométricas son útiles para asociar dichos modelos matemáticos al interés simple y rentas o anualidades, así también al cálculo de las tablas de amortización y gradientes, podemos decir que estas progresiones son el fundamento del sistema de rentas o anualidades dentro de las matemáticas financieras por lo que es relevante su aprendizaje.

1.3 LOGARITMOS

Previo al análisis de los logaritmos, es importante destacar que el modelo es el fundamento del sistema de rentas o anualidades dentro de las matemáticas financieras por lo que es relevante su aprendizaje.

Los logaritmos fueron inventados en el año de 1614, por el matemático escocés John Napier, nacido en 1550 y fallecido en 1617 y, como se demuestra en todos los tratados de algebra superior, permiten simplificar en forma notable la resolución de problemas aplicados a una amplia gama de áreas matemáticas entre ellas las financieras.

En términos generales, se denomina logaritmo de un número “x” en una base dada, al exponente de la potencia al que debe elevarse la base dada para obtener el número, es decir es un nuevo nombre generado para los exponentes.

$$b^a = c \qquad \log_b c = a \qquad [11]$$

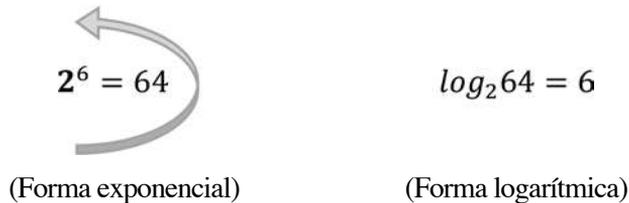
Donde:

a = argumento

b = base

c = resultado del logaritmo

Al seguir la ruta indicada por la flecha se facilita su estructura puesto que el logaritmo de base 2 de 64 es igual a 6.



Al inverso, cuando se desea convertir un logaritmo a exponente de la misma forma el camino indicado por la flecha proporcionaría un mejor entendimiento, su lectura específica partiendo de la base: Dos elevado a la sexta es igual a 64.



Teorema de los logaritmos:

Al revisar al clásico Granville, S. (1969), así como a Ruiz (2014), pese al lapso de tiempo entre cada publicación, concuerdan con los siguientes teoremas:

Logaritmo de un producto

El logaritmo del producto de dos factores es igual a la suma de los logaritmos de los dos factores.

$$\log(a * b) = \log a + \log b \quad [12]$$

$$\log(2 * 6) = \log 2 + \log 6$$

Logaritmo de un cociente

El logaritmo el cociente de dos números es igual al logaritmo del dividendo menos el logaritmo del divisor.

$$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b \quad [13]$$

$$\log\left(\frac{2}{6}\right) = \log 2 - \log 6$$

Logaritmo de una potencia

El logaritmo de una potencia de exponente b de un número tiene como igualdad “ a ” veces el logaritmo del número.

$$\log a^b = b \log a \quad [14]$$

$$\log 2^6 = 6 \log 2$$

Logaritmo de una raíz

El logaritmo de la raíz de índice b de un número es igual al logaritmo del número dividido para b .

$$\log \sqrt[b]{a} ; \text{ donde } \log a^{\frac{1}{b}} \quad [15]$$

$$\log \sqrt[6]{2} ; \text{ donde } \log 2^{\frac{1}{6}}$$

$$\text{entonces: } \log 2^{\frac{1}{6}} = \frac{1}{6} \log 2$$

$$\text{donde: } \frac{\log 2}{6}$$

Ejercicio 1.10

Determine utilizando logaritmos el valor de n (meses)

$$3000 (1 + 0,085)^n = 5300$$

Solución:

$$\log 3000 + n \log(1 + 0,085) = \log 5300$$

$$n \log(1 + 0,085) = \log 5300 - \log 3000$$

$$n = \frac{\log 5300 - \log 3000}{\log(1 + 0,085)}$$

$$n = 6,97$$

$$n = 7 \text{ meses}$$

El tiempo que un capital de USD 3 000 se convertirá en USD 5 300 dado a una tasa de interés de 8,5 % mensual es de aproximadamente siete meses.

El método logarítmico será utilizado en el modelo de interés compuesto para determinar el tiempo (t) y la tasa de interés (i).

1.4 ECUACIONES

Las ecuaciones son expresiones matemáticas en las que se hace referencia a una igualdad y se trata de encontrar el valor de una incógnita, misma que permite desarrollar ecuaciones de valor simple y compuesto y derivaciones de las fórmulas de rentas y anualidades.

Las ecuaciones se clasifican en: primer grado, segundo grado, tercer grado o más, dependiendo de la potencia a la que está elevada la variable o incógnita, por ejemplo:

- $2x + 3 = 0$ (Ecuación de primer grado)
- $3x^2 + x - 4 = 0$ (Ecuación de segundo grado)
- $2x^3 - 3x^2 + x = 0$ (Ecuación de tercer grado)

Para la resolución de las ecuaciones se observa las leyes básicas del álgebra como son:

1. Si una magnitud está sumando a un lado de la igualdad, al trasladar al otro pasa restando y viceversa.
2. Si una magnitud está multiplicando a un lado de la igualdad, al trasladar al otro pasa dividiendo y viceversa.

Ejercicio 1.11:

$$2x + 3 = 0$$

$$2x = -3$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

Ejercicio 1.12:

$$3x^2 + x - 4 = 0$$

$$(3x + 4)(3x - 3) = 0$$

$$\frac{(3x + 4)(3x - 3)}{3} = 0$$

$$3x + 4 = 0$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

$$3x - 3 = 0$$

$$x = 1$$

Ejercicio 1.13

Calcular la edad de Daniela, determinando que tiene dos años más que Martina y que al restar la mitad de la edad de Daniela menos la tercera parte de la edad de Martina será 4.

Planteamiento del problema

Daniela: $x - 2$

La mitad de la edad de Daniela es $\frac{x}{2}$

La tercera parte con relación a Martina es $\frac{x-2}{3}$

Planteamiento de la ecuación

$$\frac{x}{2} - \left(\frac{x-2}{3}\right) = 4$$

$$\frac{3x - 2(x-2)}{6} = 4$$

$$\frac{3x - 2x + 4}{6} = 4$$

$$\frac{x + 4}{6} = 4$$

$$x + 4 = 4 \times 6$$

$$x = 24 - 4$$

$$x = 20$$

Según el planteamiento del ejercicio 1.13, Daniela tiene 20 años.

1.5 ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

1. Maritza reparte su herencia de la siguiente manera: a Josué, el 20 %; a Carlos, el 15 %; y a Rosa, los USD 1 300 restantes. Octavio lo hace de la siguiente manera: a Katty, el 30 %; a Olga, el 25 %; y a Emma los USD 9 000 restantes. ¿Quién de todos obtuvo la mayor parte de la herencia y cuánto?

2. Calcular el valor de la compra de un equipo de cómputo, cuyo precio es de USD 1200 si se ofrece el 5 % de descuento por la compra al contado.

3. Un vendedor desea obtener una ganancia del 13,08 % sobre el costo de venta de un artículo. Dicho bien lo compró en USD 120. Determine el precio de venta al público.

4. Aplicando progresiones determine: ¿cuánto pagará un cliente por un automotor si hace 18 pagos trimestrales? Al final del primer trimestre, USD 1 200; al final del segundo trimestre, USD 1 150; y al final del tercer trimestre, USD 1 100.

5. Una persona realizó un crédito por lo que tendrá que pagar la primera mensualidad USD 1 808,23; la segunda, USD 1 793,75; y la tercera, USD 1 779,1. Determine la suma total de la deuda que debe cubrir. Si el capital dado en préstamos fue de USD 35 000, ¿a cuánto ascienden sus intereses?

6. Utilizando logaritmos despejar (i):

a. $(1 + i)^{45} (1 + i)^{45} = 4,566\ 780$

b. $(1 + i)^{18} = 12,456\ 789$

7. Calcular el valor de n : $(1+0,07)^n = 20,123\ 465$

1.6 COMPETENCIAS QUE SE DEBEN FORMAR EN LOS ESTUDIANTES

Tabla 1.2 Cuadro resumen progresiones

COMPETENCIAS	AUTOVERIFICACIÓN
ACTITUDES Y VALORES	Compromiso y comportamiento ético
	Responsabilidad, cumplimiento y puntualidad
	Rigor, exactitud, profesionalismo
HABILIDADES INSTRUMENTALES	Capacidad de análisis y síntesis
	Conocimientos generales básicos
	Conocimientos básicos de la profesión
	Resolución de problemas
INTERPERSONALES	Capacidad crítica y autocrítica
	Capacidad para comunicarse con expertos de otras áreas
	Apreciación de la diversidad y multiculturalidad
SISTÉMICAS	Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica
	Habilidades de investigación
	Capacidad de aprender
	Capacidad para adaptarse a nuevas situaciones
	Habilidad para trabajar de forma autónoma

Matemática Financiera es una materia técnica que no puede aprenderse solamente por el hecho de asistir a clases o por medio de la observación. Para Matemática Financiera, usted debe convertirse en un participante activo. Tiene que leer el texto básico u otros libros de apoyo académico, prestar atención en clase y, lo que es más importante, resolver los ejercicios. Mientras más ejercicios resuelva, mejor habilidad tendrá.

CAPÍTULO II. INTERÉS Y MONTO SIMPLE

*Cree en ti mismo y en lo que eres.
Sé consciente de que hay algo en tu interior
que es más grande que cualquier obstáculo*

CHRISTIAN D. LARSON

Objetivo

Estudiar todas aquellas operaciones y planteamientos en los cuales intervienen las magnitudes de: capital, interés simple, tiempo y tasa; cuantificando aspectos de la realidad para la determinación financiera en un momento temporal.

Logros de aprendizaje

El lector estará en capacidad de:

- Desarrollar operaciones financieras de capitalización y actualización simple de manera independiente y creadora, para la toma de decisiones financieras, efectivas y económicas.
- Resolver el cálculo del interés y monto simple, tiempo, tasa de interés y las modalidades de aplicación en operaciones de ahorro, inversión y financiamiento en estudio de casos.
- Aplicar los conocimientos esenciales del valor actual, descuentos y ecuaciones de valor en situaciones problemáticas.
- Determinar el cálculo del interés en las cuentas de ahorro y diferenciar el tratamiento financiero de las inversiones.

2.1. EL DINERO

Es un patrón de medida universal con el que se determinan los valores de bienes y servicios. Podría considerarse una mercancía que se vende como un bien ordinario. Para Romero (2009), el dinero funciona como depósito de valor cuando se le emplea como medio de cambio a través del tiempo. Siendo así, se puede establecer pagos a futuro.

Generalmente, el dinero equivale al efectivo siendo el papel moneda o su fraccionario, así como los equivalentes de cheques emitidos por las instituciones financieras y los valores negociables de alta liquidez y de plazo inmediato.

Si bien el dinero es un bien escaso, la oportunidad de uso o tenencia ocasionan un costo o beneficio respectivamente, pues al momento de valorarlo entre el capital y tiempo de posesión, aparece el precio del dinero (interés), que obliga al usuario a presenciar diferentes niveles de compromiso para administrar correctamente su dinero, bajo normas de seguridad ya que, al ser un bien escaso, requiere de herramientas financieras probadas para generar su multiplicación.

Al analizar la frase propuesta por Galbilaith (1983) —“El dinero es algo singular, le da al hombre tanta alegría como el amor y tanta angustia como la muerte”—, al relacionarla con finanzas, se puede ejemplificar en la vida cotidiana de un individuo, el que ha olvidado unas cuantas monedas en su bolsillo y meses después lo ha descubierto concibiendo una gran sonrisa; sin embargo, cambia el escenario para quien esas mismas monedas son de suma importancia para completar el valor de su alimentación e inicia el desasosiego. En referencia mundial, año 1930 en la gran depresión o en 2008, la crisis suprime donde dicha falta del efectivo provocó la muerte de cientos de personas por su escasés. Esta parte de la historia hace pensar que el manejo del dinero cobra vital importancia, puesto que no solo se está manejando un patrón, sino más bien podría considerarse vidas tras ello.

Desde una visión más simplificada, relacionado al entorno macroeconómico, el dinero actúa bajo la participación de tres entes claves:

Figura 2.1 Entes claves del dinero

Oferentes	Demandantes	Intermediarios
Actores que disponen de recursos excedentes; es decir que no los consumirán o invertirán durante un tiempo determinado, y están dispuestos a ofertarlos al mejor postor.	Actores que no disponen de recursos, o disponen en niveles limitados o deficitarios, por lo que necesitan más recursos de los que poseen en el corto plazo.	Reciben recursos de los oferentes y los canalizan hacia los sectores demandantes. Operación por la cual, se marginan un porcentaje como beneficio.

Una de las maneras de dinamizar la economía es invertir el dinero. De esta forma se contribuye a que otros ganen; si genera un ahorro, también se beneficia a otros, porque la institución financiera se encarga de colocar lo que se deposita; es decir, al invertir, estoy entregando efectivo a otros para que lo usen.

2.2 SISTEMA FINANCIERO ECUATORIANO

El sistema financiero ecuatoriano cumple un rol fundamental al momento de dinamizar la economía del país. Uno de los objetivos es la prestación de servicios financieros sustentable, eficiente, accesible y equitativa, contribuyendo a la productividad y competitividad de los sectores, canalizando el ahorro hacia la inversión a través de los mercados de intermediación y desintermediación financiera. Entre ellos se encuentra el mercado de dinero y mercado de capitales.

Según lo tipifica la Constitución de la República del Ecuador (2008), en su artículo 309:

El sistema financiero nacional se compone de los sectores público, privado, y del popular y solidario, que intermedian recursos del público. Cada uno de estos sectores contará con normas y entidades de control específicas y diferenciadas, que se encargarán de preservar su seguridad, estabilidad, transparencia y solidez. Estas

entidades serán autónomas. Los directivos de las entidades de control serán responsables administrativa, civil y penalmente por sus decisiones.

2.3 MERCADO DE INTERMEDIACIÓN FINANCIERA

En este mercado, los recursos captados de los ahorristas e inversionistas sean estos del gobierno, empresas, o individuos a través de depósitos a la vista o a plazo, son colocados por la entidad financiera en calidad de préstamo o créditos a un tercero previa evaluación de riesgo crediticio; convirtiéndose así el banco, cooperativas y mutualistas, como un ente de intermediación responsable que cubrirá sus costos y generará una utilidad bajo una variable fundamental en el negocio financiero denominado “*spread* bancario” (fig. 2.2)

Figura 2.2 Proceso de intermediación financiera



De acuerdo con el artículo 3 de Ley General de Instituciones del Sistema Financiero, la Superintendencia de Bancos dictará las normas referentes a las relaciones que deberán guardar las instituciones financieras entre sus operaciones activas, pasivas y contingentes, procurando que los riesgos derivados de las diferencias de plazos, tasas, monedas y demás características de las operaciones activas y pasivas se mantengan dentro de rangos de razonable prudencia.

El proceso de intermediación financiera radica en prestar dinero cobrando una tasa de interés alta (tasa activa) y captar dinero a través del ahorro y la inversión pagando una tasa de interés baja (tasa pasiva). La diferencia entre estas dos operaciones constituye el margen de intermediación o ganancia de institución financiera. Con este esquema, se cobija la importancia de la matemática financiera, llegando concebirse que, sin el interés, no se pueden concebir los negocios de tipo financiero.

En la actualidad, el sistema bancario y financiero nacional en el cual descansan las actividades productivas, se relacionan directamente con las operaciones de ahorro-inversión y crédito. Estas actividades están ligadas con la costumbre de pagar un rendimiento o interés, sea al dinero prestado o ahorrado.

De acuerdo con el funcionamiento operativo del sistema bancario y financiero de Ecuador, la banca, frente al sector corporativo o empresarial y de comercio en general, se distingue por ofrecer tres líneas de servicios que bien podríamos considerar como tradicionales. Las operaciones de ahorro en sus modalidades **ahorro** (cuenta de ahorro y cuenta corriente); **inversiones** a plazo fijo y **préstamos**, empréstitos, endeudamiento o amortización de capitales.

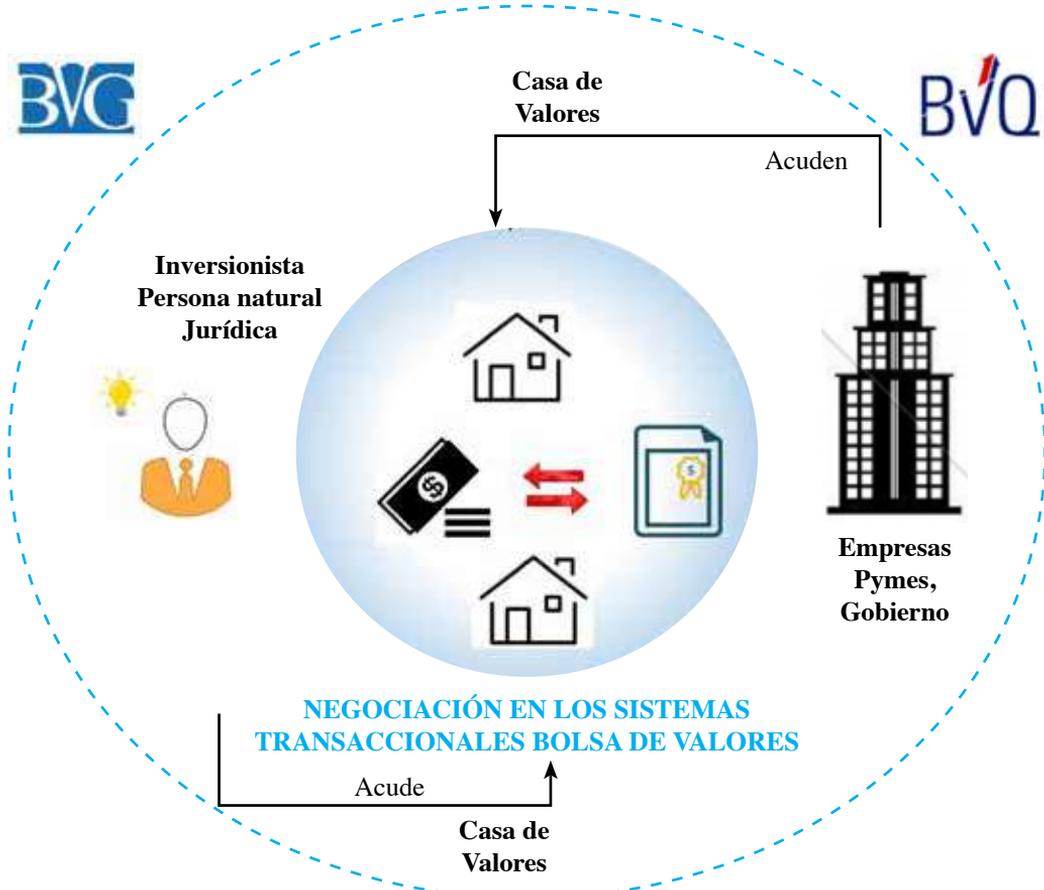
2.4 MERCADO DE DESINTERMEDIACIÓN FINANCIERA

Para López (2020), la desintermediación financiera es entendida como el proceso por el que los agentes económicos (empresas, gobiernos, fondos de inversión...) intercambian flujos financieros, sin que aparezca la figura del banco en el intercambio.

De cierta manera, este tipo de mercado se lo conoce como de valores, bursátil o capitales, de acuerdo con el Código Orgánico Monetario y Financiero Ecuato-

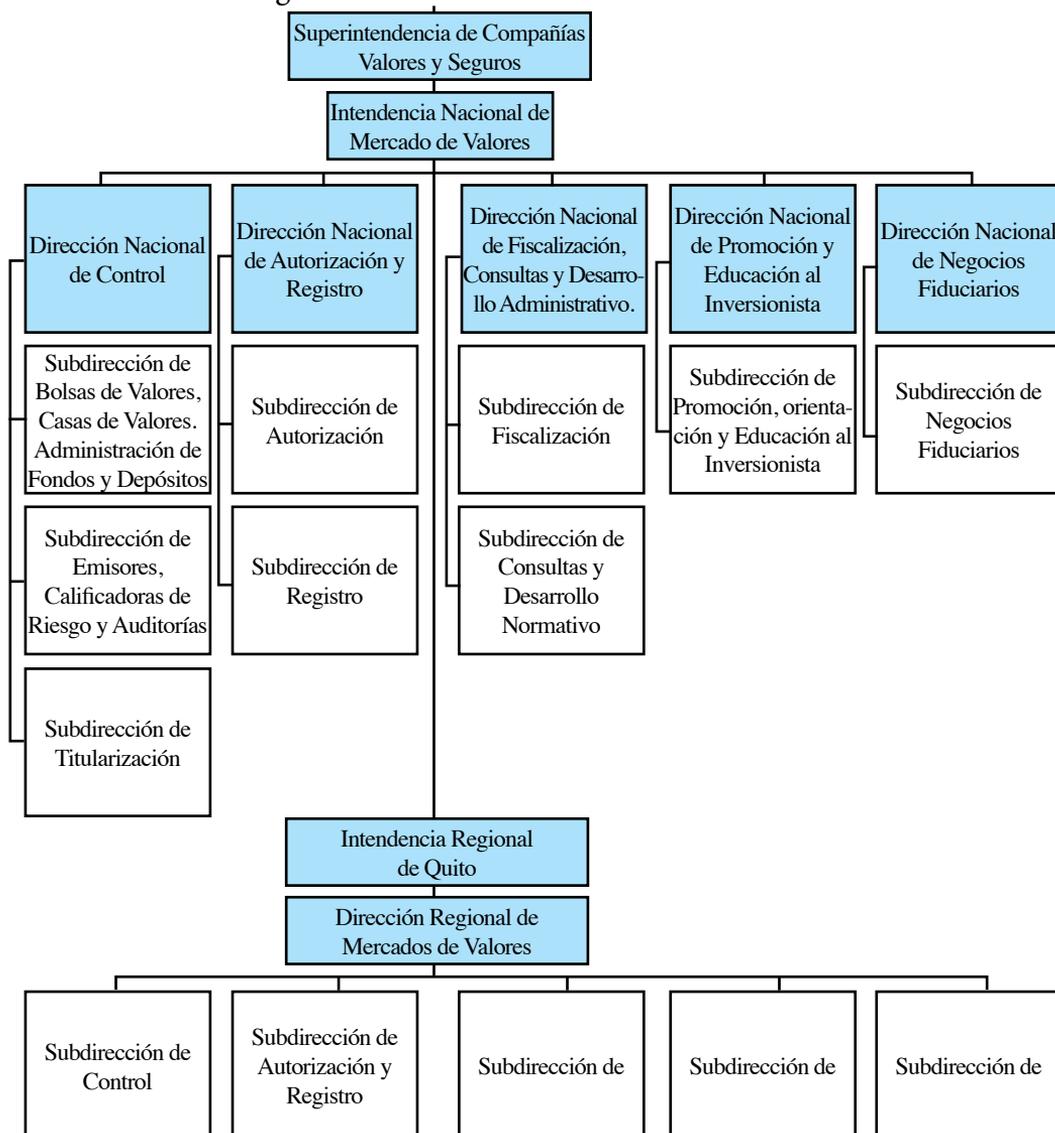
riano, en el libro II de la Ley de Mercado de Valores (2014), en su artículo 1, el Consejo Nacional de Valores es el organismo regulador y la Superintendencia de Compañías, Valores y Seguros constituye el ente de control; para este último, dicho mercado es un espacio económico que reúne a oferentes (emisores) y demandantes (inversionistas) de valores, donde se utilizan los mecanismos previstos en la Ley de Mercado de Valores, para canalizar los recursos financieros hacia las actividades productivas; es decir, las entidades captan fondos directamente de los ahorristas e inversionistas, sin que tenga que existir un intermediario, generando la emisión de títulos valores sean de deuda (emisor de obligaciones) o de patrimonio (emisor de acciones), que luego pueden ser negociados vendidos o subastados en la bolsa de valores (fig. 2.3).

Figura 2.3. Proceso de desintermediación financiera



En Ecuador, la estructura funcional de la Superintendencia de Compañías, Valores y Seguros está conformada por intendencias, direcciones, y subdirecciones, lo cual se observa en la figura 2.4.

Figura 2.4 Estructura del mercado de valores



Fuente: Superintendencia de Compañías, 2020

2.5 INTERÉS

Según Ríos y Torrecilla (2017), el interés es la cantidad suplementaria que entrega el deudor al prestamista por la utilización de los recursos monetarios, lo cual se puede considerar también como el precio de la operación del préstamo.

Por lo expuesto, el interés es el valor del dinero en el tiempo, que pudieron darse en las operaciones de ahorro, inversión, crédito o endeudamiento.

En una operación financiera básica, el acreedor pone a disposición del deudor, un capital, que será recuperado en el tiempo pactado más los intereses acordados por la transacción financiera.

2.6 FACTORES QUE INFLUYEN EN LA DETERMINACIÓN DEL INTERÉS

- **Inflación.** Es el aumento sostenido y generalizado de los precios existentes en el mercado dentro de un período de tiempo; en relación con la inflación, el dinero puede verse afectado en la capacidad adquisitiva de la moneda por parte de los demandantes. Para el INEC (2019), la inflación anual corresponde a la variación de precios del mes con respecto al mismo mes del año anterior, es decir, la variación de los últimos 12 meses.
- **Riesgo país.** Se plantea como un índice para medir el grado de riesgo que implica un país. Será mayor cuando menor sea la posibilidad de recuperar lo invertido. Esto podría traducirse a la percepción que tienen los agentes internacionales sobre el cumplimiento o no de las obligaciones de un país sobre la deuda externa; sin embargo, esos niveles de incertidumbre generados por el riesgo afectan el comportamiento del mercado financiero.
- **Costo de oportunidad.** El dueño del capital requerirá de una justa compensación por el dinero prestado, pues ha dejado la oportunidad de invertir por conceder el efectivo hacia otros, para que sean también partícipes de una utilidad adicional, aun sabiendo que el dinero es un bien escaso. Según la Universidad Internacional de Valencia (2018), las decisiones son

expuestas a un coste de oportunidad. Si no se hace nada, pues el objetivo ideal sería que nuestras decisiones impliquen un coste de oportunidad nulo, es decir, que cada alternativa que no elegimos no supere los resultados positivos de las que sí se acepta.

2.7 INTERÉS SIMPLE

Según Kisbye y Levstein, (2010), el interés simple asume que en cada unidad de tiempo transcurrido se suma una cantidad proporcional al capital inicial, siendo la constante de proporcionalidad la misma tasa de interés; dentro de este enfoque, el interés simple es aquel valor adicional al capital, que se recibe una sola vez a su vencimiento. Es el reconocimiento por el uso de ese dinero en operaciones de ahorro, inversión o préstamo.

Adicionalmente, Jurado (2016) menciona que siempre se calcula sobre el capital inicial sin la capitalización de los intereses. Estos intereses generados no se incluyen en el cálculo futuro de los intereses; el capital permanece fijo.

Características

- El capital permanece constante durante todo el tiempo de la negociación financiera, afectando al interés como al monto (capital más interés), que son constantes a través del tiempo.
- La capitalización o sumatoria del capital más interés se realiza una sola vez en todo el tiempo de negociación financiera.
- El monto crece en función del tiempo establecido en la negociación. El factor de crecimiento se encuentra multiplicando la tasa por el tiempo.
- El interés simple obtenido, al ser constante, puede ser dividido en fracciones de tiempo, siendo de interés diario, mensual trimestral, semestral, anual, entre otras. El mismo que será pagado al vencimiento.
- El monto crece en progresión aritmética y la razón es el interés.

Fórmula

$$I_s = C * t * i \quad [16]$$

Donde:

I_s: interés simple; representa el valor monetario adicional al capital, que se recibe una sola vez al vencimiento.

C: capital, es la cantidad de recursos monetarios negociados entre las partes. Para Franco, J., Pierdant, A. y Rodríguez, E. (2014), llamado también valor presente es la cantidad de dinero que invertimos hoy.

t: tiempo, representa el período o lapso intertemporal de tiempo, a la que se somete una operación financiera. Su unidad referencial de tiempo es de 1 año, 12 meses o 360 días.

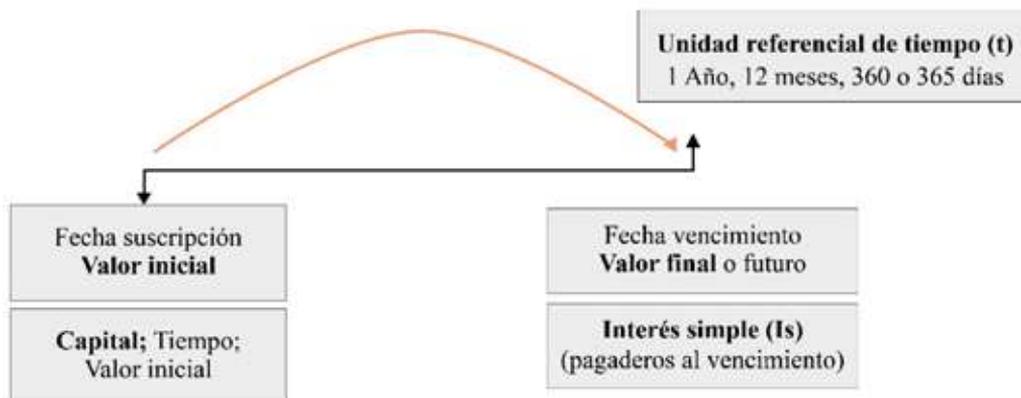
i: tasa de interés expresado en porcentaje que se encuentra en dualidad con el tiempo.

Para proceder a realizar los cálculos de interés simple es necesario generar obligatoriamente una dualidad entre el tiempo (t) y el período de la tasa de interés (i). Por ejemplo, si el tiempo está expresado en años, la tasa de interés presentará un resultado anual, entendiéndose que está supeditado a una misma unidad de tiempo conforme a los datos de entrada.

Gráfica de valor

Es una representación gráfica del valor tiempo que permite ubicar los elementos que constituyen la operación financiera en los períodos que corresponda, de tal forma que en la parte inicial de la recta se considera el día de hoy y a partir de allí el futuro.

Figura 2.5 Gráfica de valor



2.8 TIEMPO

El tiempo puede clasificarse en tiempo entero y fraccionario:

Tiempo entero = 1 año, 2 años, 3 años, 25 años.

Tiempo fraccionario = 1,5 años, 1 año 5 meses, 12 años 8 meses 4 días, 8 meses, 15 días, 16 meses.

Es necesario recordar las transformaciones de tiempo en mayor y menor fracción para encontrar la dualidad requerida al momento de determinar el interés simple.

Ejemplos de transformación del tiempo:

- 1 mes 15 días en relación con los años

Pasos:

1. Transformar la fracción menor presentada, 1 mes, a días: equivale a 30.
2. Sumar 30 días más los 15 restantes: total 45 días.
3. Transformar la fracción menor en días a años.

$$\frac{45 \text{ días}}{360 \text{ días}} = 0,125 \text{ partes del año o } 0,12$$

- **De nueve meses en relación con años**

Resolución basada en el método regla de tres:

$$\frac{9 \text{ Meses}}{12 \text{ Meses}} = 0,75 \text{ partes del año}$$

- **De 7,5 años en relación con trimestres**

Resolución basada en el método regla de tres, donde se compara los 7,5 años en relación con los cuatro trimestres que tiene el año.

$$\begin{array}{l} 1 \text{ Año} \leftrightarrow 4 \text{ trimestres} \\ 7,5 \text{ Años} \leftrightarrow \text{¿cuántos trimestres?} \end{array}$$

Respuesta = 30 trimestres

Para realizar cualquier tipo de transformación en el tiempo t , es imprescindible, verificar la fórmula del interés simple, y en qué tiempo está expresada la tasa de interés, pues este determinará el tipo de transformación del tiempo respectivo; así por ejemplo, si la tasa de interés está expresada en años, las transformaciones de tiempo deberán hacérselas a años; por el contrario, si la tasa está en meses el tiempo deberá ser transformado a meses y así con otros períodos de tiempo. Eso es lo que se llama dualidad o paridad de tiempos que se tiene que tomar en cuenta para el cálculo del interés o el monto simple.

2.9 TASA DE INTERÉS (I)

El término tasa de interés proviene del latín *taxare* = tasa e *interesse* = interés que significa, en la temática financiera, medir, valorar el costo o precio del dinero que intervino en la negociación. Está dada en tanto por ciento (%).

Según Buenaventura (2003), la tasa de interés representa el importe del alquiler del dinero. Dado que los montos de intereses son dinero lo mismo que el capital, este importe se aplica al capital por unidad de tiempo.

En la parte práctica, se trabajará con tasas de interés unitarias. Ejemplo: la tasa del 10 % anual se puede transformar a una tasa unitaria anual así:

$$\frac{10\%}{100\%} = 0,10 \text{ unitario anual}$$

La tasa generalmente es anual y en el interés simple se le conoce como **nominal**, este capitaliza solo tomado en cuenta el capital principal. Puede ser presentada eventualmente en tasas periódicas como semestrales, trimestrales o mensuales entre otras.

Estas tasas de interés son aplicables a operaciones de ahorro, de inversión y de financiamiento, en el mercado financiero nacional e internacional.

Para BCE (2020), las tasas de interés son aquellas que se trazan en el mercado. El Banco Central del Ecuador calcula semanalmente las tasas de interés en función de la información que remiten las instituciones financieras los jueves de cada semana y resultan de cálculos promedios ponderados.

La tasa activa referencial es igual al promedio ponderado semanal de las tasas de operaciones de crédito de entre 84 y 91 días, otorgadas por todos los bancos privados, al sector corporativo; mientras que la tasa pasiva referencial, es igual a la tasa nominal promedio ponderada semanal de todos los depósitos a plazo de los bancos privados, captados a plazos de entre 84 y 91 días.

En el año 2000, para Ecuador, fue un desafío el adoptar el dólar como moneda oficial para su circulación, más aun regulando las tasas de interés, pues se entendería que, con la dolarización, una de las ventajas eran los bajos niveles de inflación, de allí que se expide la Ley para la Transformación Económica del Ecuador (1992) (Ley Desagio) que, en su artículo 6, tipificó: las tasas de interés activas y pasivas pactadas en todas las obligaciones en sucres o en dólares, incluyendo títulos valores del gobierno nacional a largo plazo, que se encuentren pendientes de pago tendrán vigencia hasta el 10 de enero de 2000, y se reajustarán automáticamente, por una sola vez, a partir del 11 de enero de 2000, aplicando las siguientes tasas: activa, 16,82 %; y pasiva, 9,35 %. Esto trató de que las entidades de desintermediación financiera evitaran elevar las tasas de interés.

Así también en la Constitución de la República de Ecuador (2008), en sus artículos 302 y 303, busca promover los niveles y relaciones entre las tasas de interés pasivas y los equilibrios de pagos en la balanza comercial. Bajo esa premisa, se expidieron, en el año

2015, las Normas que regulan las tasas de interés, que en su artículo 1 tipifica: la tasa básica del Banco Central del Ecuador será determinada por la Junta de Política y Regulación Monetaria y Financiera en forma trimestral o cuando se estime conveniente.

2.10 CLASIFICACIÓN DE LOS TIEMPOS BAJO LA NORMA BANCARIA

Es un procedimiento matemático financiero que fue establecido para generar interés y se lo hace a través de la combinación de los tiempos, siendo año calendario o año comercial.

El cálculo de mayor trascendencia dentro de la práctica bancaria y comercial es el cómputo y devengo de los intereses que, en ciertos casos, se liquidan diariamente, mientras que las cuotas de los préstamos se abonan en una fracción de tiempo periódica, por ejemplo, mensual, trimestral, entre otros.

El tiempo t se puede clasificar en dos tipos: exacto y ordinario.

- **Tiempo exacto (te):** Conocido también como tiempo calendario. Considera al año de 365 días y añadiendo un día más cada cuatro años en el caso de ser año bisiesto.

Tabla 2.1 Tiempo exacto

Enero 31	Febrero 28	Marzo 31	Abril 30
Mayo 31	Junio 30	Julio 31	Agosto 31
Septie. 30	Octubre 31	Noviem. 30	Diciem. 31

- **Tiempo aproximado. (Ta):** Conocido como tiempo ordinario o comercial. Se basa en la ficción de considerar que cada mes tiene 30 días exactos y el año de 360 días.

Tabla 2.2 Tiempo aproximado

Enero 30	Febrero 30	Marzo 30	Abril 30
Mayo 30	Junio 30	Julio 30	Agosto 30
Septie. 30	Octubre 30	Noviem. 30	Diciem. 30

El tiempo del interés simple se puede clasificar en dos tipos: interés simple exacto, e interés simple ordinario:

- **Tiempo del interés simple exacto (Ise):** es aquel que considera al año calendario como divisor fijo de 365 días.
- **Tiempo del interés simple ordinario (Iso):** es aquel que considera al año comercial como divisor fijo de 360 días.

Tabla 2.3 Combinaciones de la norma bancaria

Tiempo	Interés simple	
	Divisor fijo	
	<i>Ise (365)</i>	<i>Iso (360)</i>
Tiempo exacto (te): 365 días, tiempo en el cual se debe tomar en consideración los meses de acuerdo con lo establecido en el calendario.	<i>Ise te</i>	<i>Iso te</i>
Tiempo aproximado (ta): 360 días, tiempo en cual se debe tomar en consideración los meses de 30 días cada uno.	<i>Ise ta</i>	<i>Iso ta</i>

La norma bancaria busca, a través de la combinación de tiempos, determinar la fórmula del interés simple que le reporte la cantidad más alta de interés. Esta resulta de la combinación del tiempo propiamente dicho y del tiempo dado en el interés simple.

Utilizando la fórmula aritmética del interés simple, bajo las combinaciones basadas en la norma bancaria (tabla 2.3), se obtiene las siguientes fórmulas:

$$1. \text{ Isete} = C * i * \frac{te}{365} \quad [17]$$

$$2. \text{ Isota} = C * i * \frac{ta}{360} \quad [18]$$

$$3. \text{ Isote} = C * i * \frac{te}{360} \text{ Genera el interés más alto } \Delta \quad [19]$$

$$4. \text{ Iseta} = C * i * \frac{ta}{365} \text{ Genera el interés más bajo } \nabla \quad [20]$$

Por tanto, la norma bancaria representa la suma más alta de interés simple a cobrar y/o pagar en una negociación financiera. El Banco Central del Ecuador, en las operaciones del sistema financiero, artículo 1 (Regulación 058-2014), establece:

Para el cálculo y liquidación de intereses de las operaciones tanto activas como pasivas de las entidades del Sistema Financiero Nacional, incluyendo el Banco del Estado y el Banco Central del Ecuador, se tomarán en consideración los días transcurridos desde el inicio hasta el vencimiento de la operación, estos se multiplicarán por la tasa de interés y se relacionará con el factor 360 en el denominador para el caso de pagos periódicos; y el factor 365 en el denominador para el caso de pagos no periódicos.

Ejercicios de aplicación de la combinación de la norma bancaria

Ejercicio 2.1

¿Qué interés simple produce un capital de USD 13 000 al 7 % anual, desde el 1 de noviembre 2018 hasta el fin de año?

a) Interés simple exacto, tiempo aproximado (Ise ta)

Datos

C: USD 13 000

ta: 60

i: 7 % anual

Ise: 365

Iseta: ¿?

$$Iseta = C * i * \frac{ta}{365}$$

$$Iseta = \text{USD } 13\,000 * 0,07 * \frac{60 \text{ días}}{365 \text{ días}}$$

$$Iseta = \text{USD } 149,59$$

Ejercicio 2.2

b) Interés simple ordinario, tiempo aproximado (Iso ta)

Datos

C: USD 13 000

ta: 60

i: 7 % anual

Iso: 360

Isota: ¿?

$$Isota = C * i * \frac{ta}{360}$$

$$Isota = \text{USD } 13\,000 * 0,07 * \frac{60 \text{ días}}{360 \text{ días}}$$

$$Isota = \text{USD } 151,67$$

Ejercicio 2.3

c) Interés simple exacto, tiempo exacto (Ise te)

Datos

C: USD 13 000

te: 61

i: 7 % anual

Ise: 365

Isete: ¿?

$$Isete = C * i * \frac{te}{365}$$

$$Isete = \text{USD } 13\,000 * 0,07 * \frac{61 \text{ días}}{365 \text{ días}}$$

$$Isete = \text{USD } 152,08$$

Ejercicio 2.4

d) Interés simple ordinario tiempo exacto (Iso te)

Datos

C: USD 13 000

te: 61

i: 7 % anual

Ise: 360

Iseta: ¿?

$$Iseta = C * i * \frac{te}{360}$$

$$Iseta = \text{USD } 13\,000 * 0,07 * \frac{61 \text{ días}}{360 \text{ días}}$$

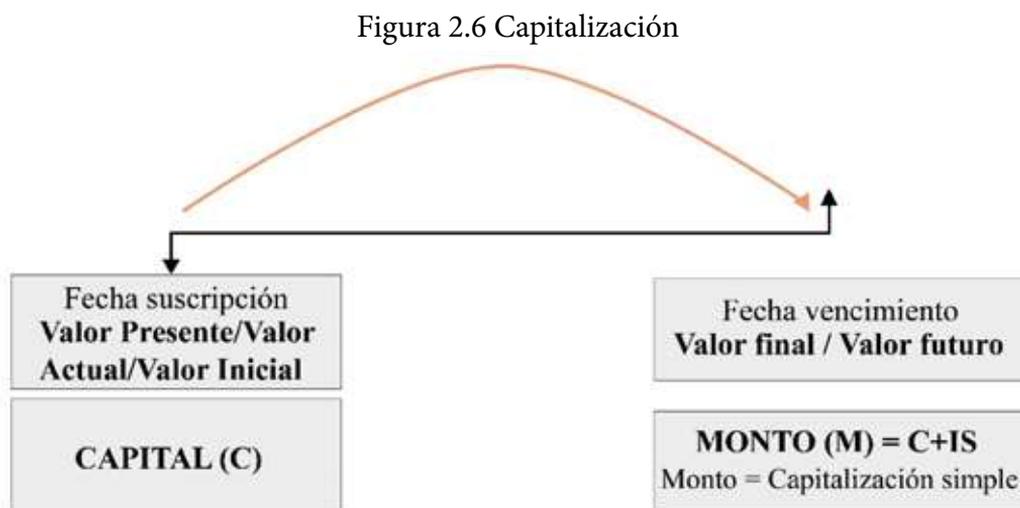
$$Iseta = \text{USD } 154,19$$

2.11 CAPITALIZACIÓN

Para R. Fernández (2016), un sistema de capitalización simple parte del supuesto lógico de que un bien produce un excedente en cierto período de tiempo, y que, dado que lo ha producido en el pasado, es razonable esperararlo en sucesivos períodos.

En tal sentido, es el proceso de acumulación intertemporal que va desde el presente hacia el futuro, cuya suma del capital e interés se lo efectiviza una sola vez indistintamente del plazo establecido, todo esto bajo un proceso simple de acumulación conocido como monto simple, por lo que se ahondará bajo esta perspectiva.

Gráficamente se observa:



En este caso, como se puede visualizar, el capital ahorrado o invertido en el presente genera una cantidad de interés simple que será entregado en el futuro, es decir cuando haya transcurrido o justificado el plazo establecido, ahí se procederá a realizar la capitalización simple, es decir la suma de capital más intereses; por ejemplo si

el capital es de USD 1 000 y son invertidos en un año plazo al 10 % anual de tasa de interés, el interés generado será de USD 100 y la capitalización simple será de USD 1 100, que se recibirá en el vencimiento de la operación financiera.

2.12 MONTO SIMPLE

Según Franco, J., Pierdant, A. y Rodríguez, E. (2014), el monto o valor futuro del capital se obtiene de la suma del capital más el interés simple ganado.

El monto simple representa la capitalización simple, es decir la suma del capital inicial u original y los intereses devengados o justificados a través del tiempo, que se reciben una sola vez en la negociación financiera.

El monto se simboliza por la letra **M**.

Fórmula

$$M = C + Is \quad [21]$$

Donde

M = monto

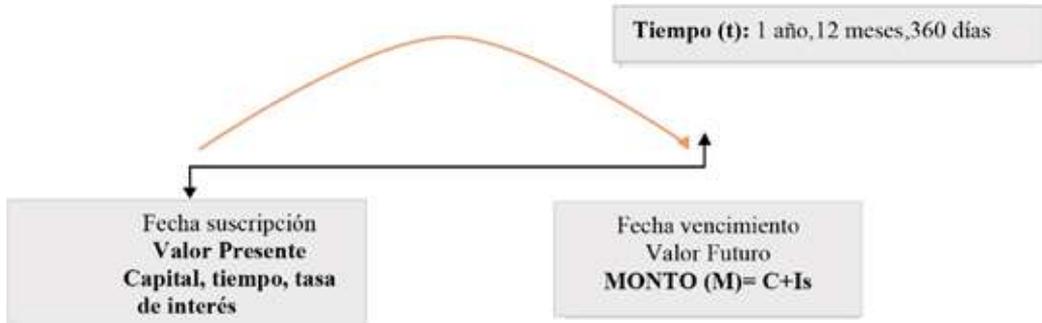
C = capital

Is = interés simple, representado por $C * t * i$

Como se había revisado en el apartado anterior, el interés simple representa a: $C * i * t$; reemplazando en la fórmula de monto simple se obtendrá una ecuación más integrada:

$$M = C + (C * t * i); \quad \text{Factor común}$$
$$M = C[1 + (i * t)] \quad [22]$$

Figura 2.7 Valor del monto simple



El monto se aplica en los casos específicos en los que se desea conocer el valor final que se va a recibir, es decir el valor capitalizado fruto de la suma de capital más interés, que es empleado en los casos de ahorro e inversión bancaria y financiera.

Ejercicios de monto simple

Ejercicio 2.5

¿Cuánto deberá cancelarse dentro de tres años por un crédito de USD 12 000 al 7 % anual de interés simple?

Datos

$M = ?$

$C = \text{USD } 12\,000$

$i = 7\% \text{ anual}$

$t = 3 \text{ años}$

$$M = C[1 + (i * t)]$$

$$M = \text{USD } 12\,000[1 + (0,07 * 3)]$$

$$M = \text{USD } 14\,520$$

En los tres años transcurridos a partir de la concesión del capital, se deberá cancelar el valor de USD 14 520. Para su resolución, se aplicó la fórmula [22].

Fórmulas derivadas del interés y monto simple

Tabla 2.4 Fórmulas derivadas del interés y monto simple

Variable	Simbología	Derivaciones en fórmula	
		Interés simple	Monto simple
		$Is = C * i * t$	$M = C[1 + (i * t)]$
Tiempo	t	$t = \frac{Is}{C * i}$ [23]	$t = \frac{\frac{M}{C} - 1}{i}$ [24]
Tasa de interés	i	$i = \frac{Is}{C * t} * 100$ [25]	$i = \frac{\frac{M}{C} - 1}{t} * 100$ [26]
Valor actual	C	$C = \frac{Is}{i * t}$ [27]	$C = \frac{M}{[1 + (i * t)]}$ [28]

En el caso de las operaciones en las que esté determinándose el tiempo, será necesario correlacionar con la tasa de interés y su periodicidad, ya que esto condicionará el comportamiento de la respuesta obtenida. Si la tasa de interés es anual, el tiempo estará expresado en años.

Al inverso, cuando se determina la tasa de interés (i), esta deberá estar relacionada con la fracción de tiempo establecido, enunciándose en la misma unidad

de tiempo. Por lo tanto, si la tasa de interés se expresa en meses el tiempo obtenido será mensual.

A modo de conclusión, se debe tomar en consideración que, tratándose de las tasas de interés, es recomendable presentar las respuestas en años, y tratándose del tiempo, en días.

2.13 MATEMÁTICA DE CASOS OPERACIONES PASIVAS: INVERSIÓN

Ejercicio 2.6

El señor Juan Galarza actualmente dispone de un capital de USD 2000, por lo que decide invertirlo en el Banco del Pacífico que paga una tasa de interés simple nominal anual del 6 %. ¿Cuánto habrá generado de interés simple si lo colocara a un tiempo de?

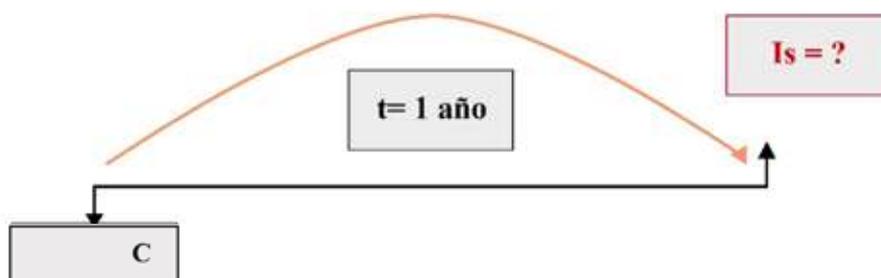
- a) 1 año
- b) 6 años
- c) 12 años

Período entero

- d) 30 días
- e) 185 días
- f) 6 meses
- g) 1 año 4 meses
- h) 1,75 años
- i) 5 años, 6 meses, 14 días

Período fraccionario

OPCIÓN a.



Datos

Is = ?

C = USD 2000

t = 1 año

i = 6 % anual

$$Is = C * i * t$$

$$Is = \text{USD } 2000 * 0,06 \text{ anual} * 1 \text{ año}$$

$$Is = \text{USD } 2000 * 0,06 \text{ anual}$$

$$Is = \text{USD } 120 \text{ en 1 año}$$

Análisis y valoración del ejercicio

El señor Galarza, al tomar la decisión de invertir en una operación pasiva un capital de USD 2 000, al término de 1 año, bajo una tasa de interés de 6 % anual simple, ofertado por el Banco del Pacífico, generará un interés simple futuro de USD 120.

Este procedimiento de cálculo basado en el interés simple es conocido como método matemático o lógico y debe ser utilizado exclusivamente para operaciones de inversión y no en operaciones de préstamos o compras a crédito por el hecho principal de que el capital sometido a la negociación financiera queda inmovili-

zado o atado al plazo o tiempo establecido en la respectiva operación financiera.

OPCIÓN b.

Datos

$I_s = ?$

$C = \text{USD } 2000$

$t = 6 \text{ años}$

$i = 6 \% \text{ anual}$

Aplicando la fórmula de interés simple [16].

$$I_s = C * i * t$$

$$I_s = C * t * i$$

$$I_s = \text{USD } 2000 * 6 \text{ años} * 0,06 \text{ unitario anual}$$

$$I_s = \text{USD } 720 \text{ en } 6 \text{ años.}$$

Análisis y valoración del ejercicio

El señor Galarza, al tomar la decisión de invertir en una operación pasiva un capital de USD 2 000 al término de seis años, bajo una tasa de interés 6 % anual simple, ofertado por el Banco del Pacífico, generará un interés simple futuro de USD 720.

OPCIÓN d.

$$Is = ?$$

$$Is = C * i * t$$

$$C = \text{USD } 2\,000$$

$$Is = \text{USD } 2\,000 * 0,06 \text{ unitario anual} * 30 \text{ días}$$

$$t = 30 \text{ días}$$

$$i = 6 \% \text{ anual}$$

Para establecer la dualidad, se debe considerar las siguientes propuestas de resolución:

- a. Equivalencia en años:** al expresar la tasa de interés anual, el tiempo t del problema también se expresará en años, a través de una regla de tres simples así:

$$Is = \text{USD } 5\,000 * 0,083\,333 \text{ años} * 0,10 \text{ anual}$$

$$Is = \text{USD } 10 \text{ luego de } 30 \text{ días}$$

- b. Equivalencia en días:** basados en el tiempo en días, la tasa anual se transforma a la misma unidad de tiempo (días):

$$Is = \text{USD } 2\,000 * 0,000166 \text{ diario} * 30 \text{ días}''$$

$$Is = \text{USD } 10 \text{ en } 30 \text{ días}''$$

OPCIÓN i.

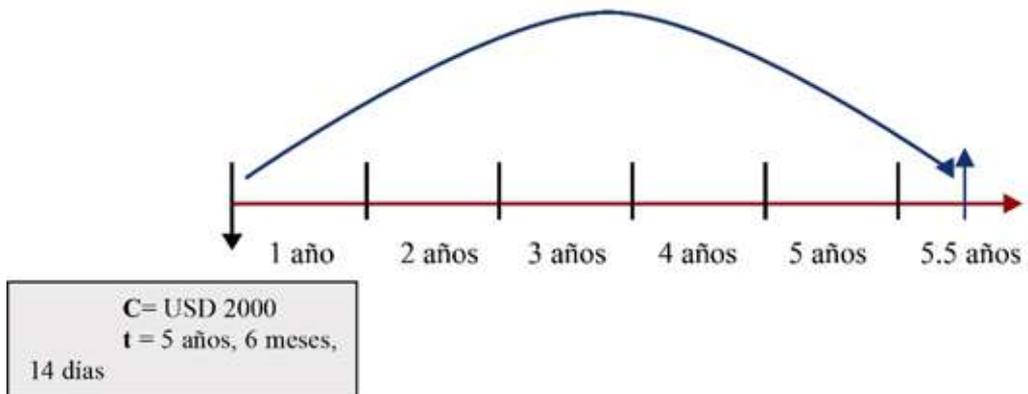
Datos

$$Is = ?$$

$$C = \text{USD } 2\,000$$

$$t = 5 \text{ años, } 6 \text{ meses, } 14 \text{ días}$$

$$i = 6 \%$$



Antes realizar el ejercicio, conviene transformar el tiempo t a años, bajo las siguientes alternativas:

1. Aplicar la dualidad anual entre tasa y tiempo.
2. Generar la dualidad a meses y luego ese resultado transformarlo en años.
3. Transformar el tiempo a días y seguidamente convertirlo a años.

1. Dualidad en años

$$= 5 \text{ años} + \frac{6 \text{ meses}}{12 \text{ meses}} + \frac{14}{360}$$

$$= 5,538889 \text{ años (directamente)}$$

2. Dualidad en meses

$$= \frac{5 \text{ años}}{12 \text{ meses}} + 6 \text{ meses} + \frac{14}{30 \text{ días}}$$

$$= 5,538889 \text{ años}$$

3. Dualidad en días

$$= 5 \text{ años} + \frac{6 \text{ meses}}{30 \text{ días}} + \frac{14}{360 \text{ días}}$$
$$= 5,238889 \text{ años}$$

Determinando la dualidad, se aplica la fórmula [16] correspondiente:

$$Is = \text{USD } 2\,000 * 5,538889 \text{ años} * 0,06 \text{ anual}$$

$$Is = \text{USSD } 628,67 \text{ luego de 5 años, 6 meses, 14 días}$$

Análisis y valoración del ejercicio:

Con un capital de USD 2 000, invertido en un tiempo de 5 años, 6 meses, 14 días con una tasa de interés del 6 % anual el monto asciende a USD 2 628,67.

Ejercicio 2.7

Calcule el monto simple de un capital de USD 7 000 sometido al 1,25 % de interés simple mensual durante cinco años. Analice las respuestas. Compruebe el valor del primer mes correspondiente al interés simple mediante fórmula [16].

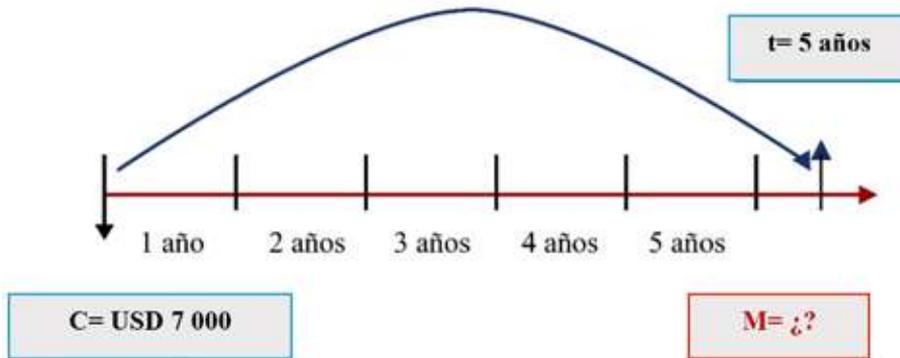
Datos

$$M = ?$$

$$C = \text{USD } 7\,000$$

$$t = 5 \text{ años}$$

$$i = 1,25 \% \text{ mensual}$$



Monto simple:

$$M = C[1 + (i * t)]$$

$$M = \text{USD } 7\,000[1 + (0,012\,5 \text{ mensual} * 5 \text{ años})]$$

$$M = \text{USD } 7\,000\{1 + [0,012\,5 \text{ mensual} * (5 * 12)]\}$$

$$M = \text{USD } 12\,250 \text{ en cinco años}$$

Interés simple por cinco años

$$I_s = M - C \quad [29]$$

$$I_s = \text{USD } 12\,250 - \text{USD } 7000$$

$$I_s = \text{USD } 5\,250 \text{ en cinco años}$$

Interés simple mensualizado

$$I_s = \text{USD } 87,50 \text{ en un mes}$$

Comprobación

$$I_s \text{ 1mes} = C * t * i$$

$$I_s \text{ 1mes} = \text{USD } 7\,000 * 1 \text{ mes} * 0,012\,5 \text{ mensual}$$

$$I_s \text{ 1 mes} = \text{USD } 87,50$$

Análisis y valoración del ejercicio

Con un capital de USD 7 000 que se va a invertir a cinco años, con una tasa de interés del 1,25 % mensual, el monto asciende a USD 12 250 y se genera un interés de USD 5 250; sin embargo, su valor mensualizado por interés asciende a USD 87,50. Este último, como es constante durante el tiempo de la negociación, se puede determinar dividiendo para el número de meses o aplicando la fórmula a un mes plazo.

Ejercicio 2.8

Calcular el monto simple de un capital de USD 2 500, bajo las siguientes condiciones: tiempo 4 meses, 13 días; tasa 15,08 % anual. Analice e interprete la respuesta.

Datos

$M_s = ?$

$C = \text{USD } 2\,500$

$t = 4 \text{ meses, } 13 \text{ días}$

$i = 15,08 \% \text{ anual}$

$$M = C[1 + (i * t)]$$

$$M = \text{USD } 2500 \left[1 + \left(133 \text{ días} * \frac{0,1508 \text{ anual}}{360 \text{ días}} \right) \right]$$

$$M = \text{USD } 2639,28 \text{ en } 4 \text{ meses, } 13 \text{ días}$$

$$I_s = M - C$$

$$I_s = \text{USD } 2639,28 - \text{USD } 2500$$

$$I_s = \text{USD } 139,28$$

Al considerar un capital de USD 1000, sometido en inversión al 15 % anual, en alguna institución financiera, por el lapso de 3 meses, 10 días, se obtiene un monto simple de USD 2 639,28 y un valor por interés de USD 139,28.

Ejercicio 2.9

¿A qué tasa de interés, fue colocado un capital de USD 19 000 para que pueda obtenerse un rendimiento o interés simple de USD 1 540 al término de 13 meses? Analice e interprete la respuesta y utilice las derivaciones de la fórmula de interés y monto simple.

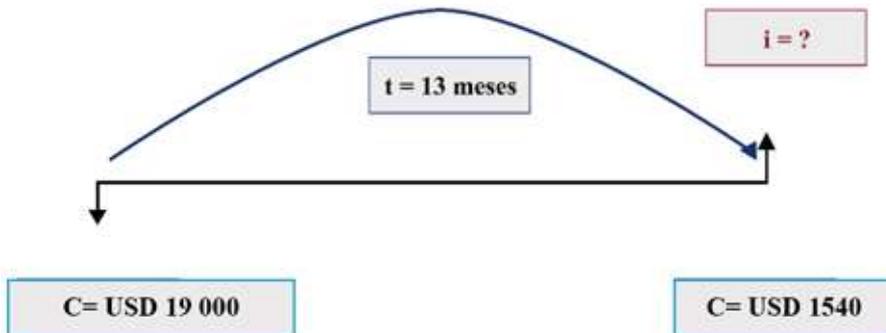
Datos

$$i = ?$$

$$C = \text{USD } 19\,000$$

$$I_s = \text{USD } 1\,540$$

$$t = 13 \text{ meses}$$



Fórmula derivada del monto compuesto - ecuación [26]

$$i = \frac{M/C - 1}{t}$$
$$i = \left[\frac{(USD 20 540 / USD 19 000) - 1}{13/12} \right] * 100$$
$$i = 7,48 \% \text{ anual}$$

Fórmula derivada del interés simple

$$i = \frac{Is}{C * t} * 100$$
$$i = \frac{\$1 540}{USD 19 000 * 13 \text{ meses}} * 100$$
$$i = 0,62 \% \text{ mensual}$$
$$i = 7,48 \%$$

Análisis y valoración del ejercicio

Con un capital de USD 19 000 a un plazo de 13 meses que genera un interés simple de USD 1 540 la tasa de interés con que se calculó esta operación fue del 7,48 % anual.

Ejercicio 2.10

La empresa Amiguitos realiza una inversión de USD 12 900 por la cual, después de 17 meses y 26 días, recibirá un monto simple de USD 14 339,54. Determine: ¿a qué tasa de interés nominal anual y mensual simple se pactó dicha inversión? Utilice las derivaciones de la fórmula de interés y monto simple.

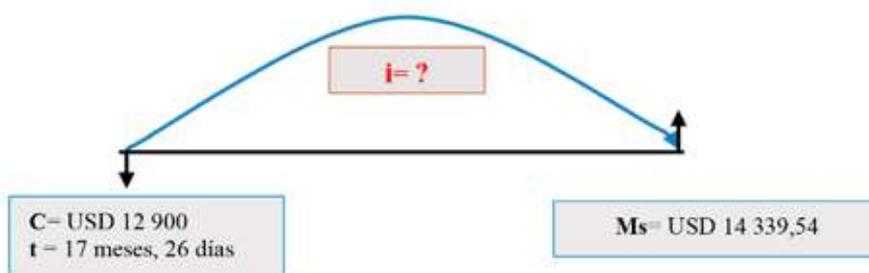
Datos

$$i = ?$$

$$C = \text{USD } 12\,900$$

$$M_s = \text{USD } 14\,339,54$$

$$t = 17 \text{ meses y } 26 \text{ días}$$



Fórmula derivada del monto compuesto

$$i = \frac{M/C - 1}{t}$$

$$i = \left[\frac{\text{USD } 14\,339,54 / \text{USD } 12\,900 - 1}{17,866667 / 12} \right] * 1$$

$$i = 7,50 \% \text{ anual nominal simple}$$

Fórmula derivada del interés simple

$$i = \frac{Is}{C * t} * 100$$

$$i = \frac{USD 1441}{USD 12 900 * \frac{17,866667}{12 \text{ meses/año}}} * 100$$

$$i = \frac{1441}{19 206,667}$$

$$i = 0,075 * 100 \%$$

$$i = 7,50 \% \text{ nominal anual (directamente en años)}$$

Análisis y valoración: con un capital de USD 12 900 y un monto simple de USD 14 341 en un tiempo de 13 meses, la tasa de interés con que se calculó esta operación fue del 7,50 % anual.

Ejercicio 2.11

A qué tiempo fue sometido la operación financiera, si recibió el valor total de USD 3 825 en un banco de la localidad, a partir de una inversión de USD 3 000; de la que se obtiene un rendimiento simple del 8,50 % anual. Utilice las derivaciones de la fórmula de interés y monto simple.

Analice e interprete la respuesta.

Datos

t = ?

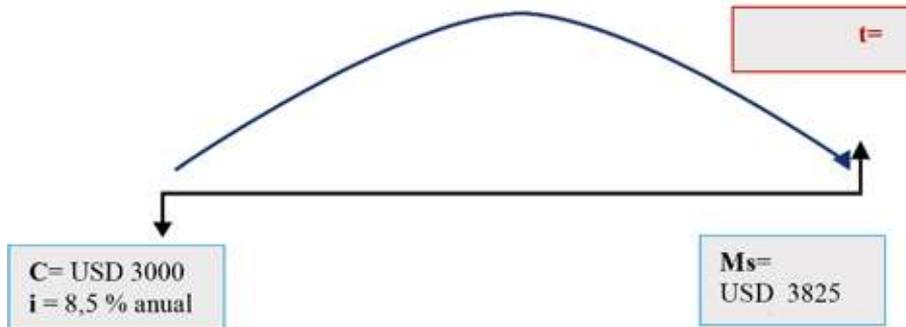
C= USD 3 000

M= USD 3 825

Is= USD 825

i = 8,50 % anual simple 0,007083 % mensual.

Gráfica de valor



Fórmula derivada del interés simple

$$t = \frac{Is}{C * i}$$

$$t = \frac{825}{USD\ 3000 * 0,007083\ mensual}$$

$$t = 38,82\ meses$$

Fórmula derivada del monto compuesto

$$t = 3,23529\ años$$

Equivalente a:

3 años, dos meses.

$$t = \frac{\frac{M}{C} - 1}{i}$$

$$t = \left[\frac{\frac{USD\ 3825}{USD\ 3000} - 1}{0,085\ anual} \right]$$

Análisis y valoración del ejercicio

Con un capital de USD 3 000 y un monto simple de USD 3 825, sometido a una tasa de interés del 8,50 % anual, el tiempo de la inversión asciende a 38 meses, equivalente a 3 años 2 meses.

Ejercicio 2.12

¿En qué tiempo un capital de USD 16 000 genera un interés simple de USD 972,50, si dicha inversión se calculó al 6 % de interés anual? Exprese el resultado tanto en días, como en meses. Utilice las derivaciones de la fórmula de interés y monto simple. Analice e interprete la respuesta.

Datos

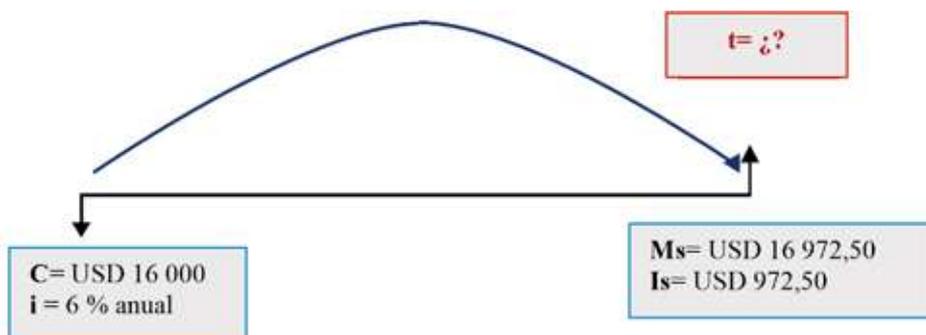
$$t = ?$$

$$C = \text{USD } 16\,000$$

$$I_s = \text{USD } 972,50$$

$$M = \text{USD } 16\,972,50$$

$$i = 6\% \text{ anual simple}$$



Fórmula derivada del interés simple

$$t = \frac{Is}{C * i}$$

$$t = \frac{972,50}{USD 16 000 * 0,06 \text{ anual}}$$

$$t = 1,03020 \text{ anual}$$

Transformando:

Por 12 meses $i/0$ 360 días

$$t = 1,03020 \text{ partes del año} * 360 \text{ d}$$

$$t = 364 \text{ días}$$

$$t = \frac{\frac{M}{C} - 1}{i}$$

$$t = \left[\frac{USD 16 972,50 / USD 16 000 - 1}{0,005 \text{ mensual}} \right]$$

$$t = 12,15625 \text{ meses equivalente a:}$$

$$0,15625_{\text{partes}} \text{ mes} * 30 \text{ días / mes} = 4 \text{ días}$$

Entonces

$$t = 12 \text{ meses, 4 días}$$

Análisis y valoración del ejercicio

El tiempo que le llevará a un capital de USD 16 000 generar un interés simple de USD 972,50 será de 12 meses, 4 días, siempre que se negocie a una tasa de interés del 6 % anual.

Ejercicio 2.13

Calcular el interés que gana una inversión de un capital de USD 14 200 al 4,50 % nominal anual, suscrito el 18 de noviembre de 2018 y cuya fecha de vencimiento es el diciembre 20 de 2019.

Utilice las cuatro combinaciones de la norma bancaria. Analice e interprete las respuestas.

Datos

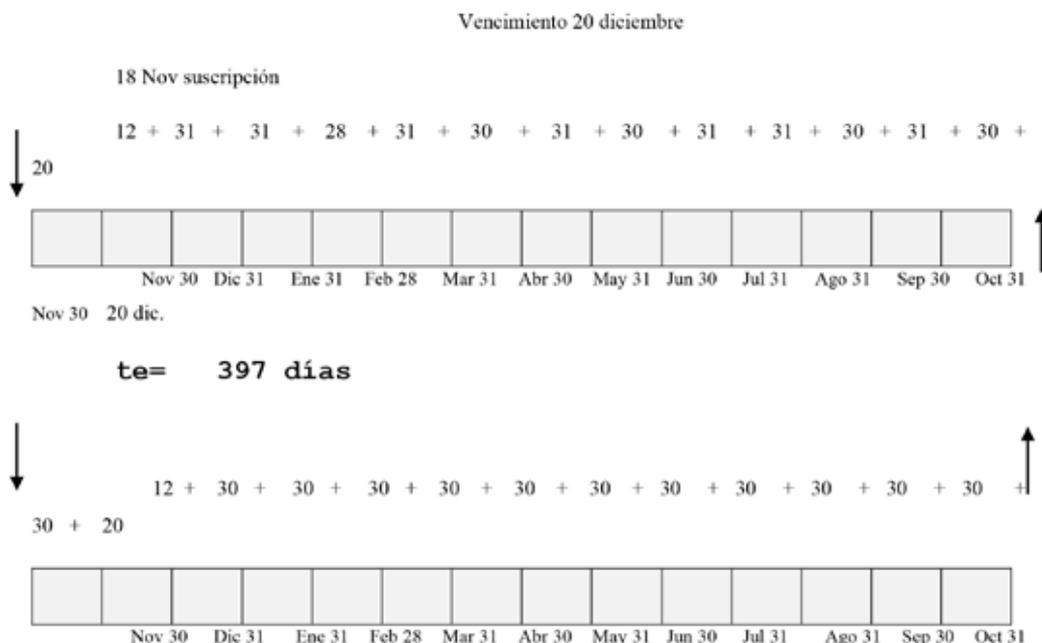
$C = \text{USD } 14\,200$

$i = 4,50 \%$

Fecha de suscripción 18 de noviembre de 2018

Fecha de vencimiento 20 de diciembre de 2019

$Is = ?$



$$2. - \text{Isota} = C * \frac{ta}{360} * i \quad \text{Isota} = \text{USD } 14\,200 * \frac{392 \text{ días}}{360 \text{ días}} * 0,045 = \text{USD } 695,80$$

$$3. - \text{Isete} = C * \frac{te}{365} * i \quad \text{Isete} = \text{USD } 14\,200 * \frac{397 \text{ días}}{365 \text{ días}} * 0,045 = \text{USD } 695,02$$

$$4. - \text{Iseta} = C * \frac{ta}{365} * i \quad \text{Iseta} = \text{USD } 14\,200 * \frac{392 \text{ días}}{365 \text{ días}} * 0,045 = \text{USD } 686,27$$

Conclusión: al aplicar las combinaciones de fórmula generada por el efecto del tiempo basados en tiempo exacto y aproximado, se observa que la aplicación que genera mayor interés es ISOTE con USD 704,68

Ejercicio 2.14

El 18 de agosto del 2018 un cliente decide hacer una inversión, en el banco Produbanco, por un valor de USD 12 000. Se aspira que genere un interés simple de USD 282,22, a una tasa del 3,8 % anual simple. Calcule la fecha de pago en que vencerá esta inversión. Utilice la combinación ISOTE. Analice e interprete la respuesta.

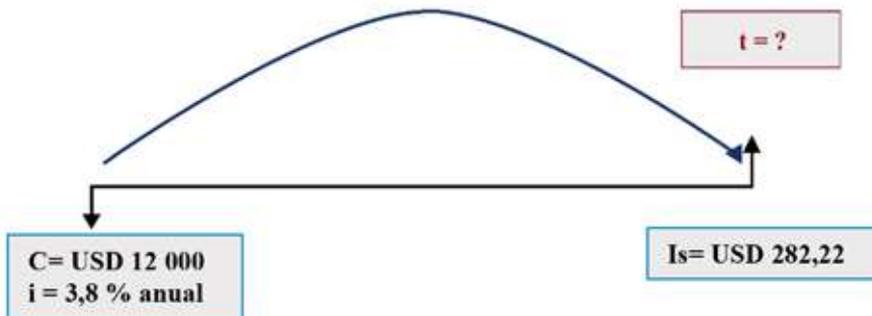
Datos

t=?

C= USD 12 000

Is= USD 282,22

i= 3,80 % anual



Utilizando la fórmula del tiempo a partir del interés simple se tiene:

$$t = \frac{Is}{C * i}$$

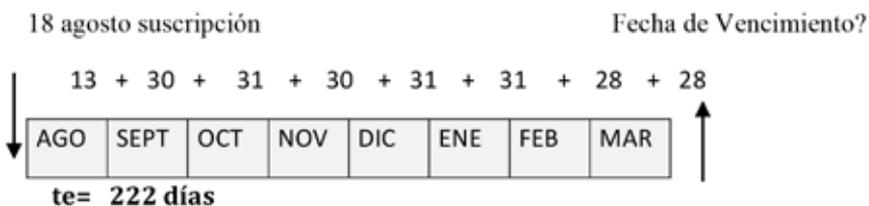
$$t = \frac{282,22}{12\,000 * 0,038 \text{ anual}}$$

$$t = 0,618903 \text{ partes del año} * 360$$

$$t = 222 \text{ días}$$

Como la fecha de suscripción fue el 18 de agosto, basados en el interés simple ordinario, el tiempo encontrado fue de 222 días.

Ahora bien, para determinar la fecha exacta como lo dispone la inversión, se considerará:



Finalmente, si se desea realizar la inversión en dicha institución financiera, bajo las condiciones previstas, la fecha de vencimiento de la operación financiera será el 28 de marzo de 2019. Este mismo procedimiento puede realizarse, bajo el despeje de la fórmula del monto simple y con el criterio Iseta, u otra combinación.

2.14 RENDIMIENTOS FINANCIEROS

En Ecuador, los ingresos de fuente ecuatoriana obtenidos a título gratuito u oneroso que obtengan las personas naturales, las sucesiones indivisas y sociedades nacionales o extranjeras, son objetos de impuestos; de acuerdo con la Ley de Régimen Tributario Interno, (2018), en su artículo 8, numeral 7. Los intereses y demás rendimientos financieros pagados o acreditados por personas naturales, nacionales o extranjeras, residentes en Ecuador; o por sociedades, nacionales o extranjeras, con domicilio en Ecuador, o por entidades u organismos del sector público, serán considerados para efectos de este impuesto.

Tabla 2.5 Porcentajes de retención en la fuente a la renta

DETALLE DE PORCENTAJES DE RETENCIÓN EN LA FUENTE DE IMPUESTO A LA RENTA CONFORME LA NORMATIVA VIGENTE	Porcentajes vigentes
Rendimientos financieros pagados a naturales y sociedades (No a IFI)	2
Rendimientos financieros: depósitos cta. corriente	2
Rendimientos financieros: depósitos cta. ahorros sociedades	2
Rendimientos financieros: depósito a plazo fijo gravados	2
Rendimientos financieros: depósito a plazo fijo exentos	0
Rendimientos financieros: operaciones de reporto - repos	2
Inversiones (captaciones) rendimientos distintos de aquellos pagados a IFI	2
Rendimientos financieros: obligaciones	2
Rendimientos financieros: bonos convertibles en acciones	2
Rendimientos financieros: inversiones en títulos valores en renta fija gravados	2
Rendimientos financieros: inversiones en títulos valores en renta fija exentos	0

Intereses y demás rendimientos financieros pagados a bancos y otras entidades sometidas al control de la Superintendencia de Bancos y de la Economía Popular y Solidaria	0
Intereses pagados por entidades del sector público a favor de sujetos pasivos	2
Otros intereses y rendimientos financieros gravados	2
Otros intereses y rendimientos financieros exentos	0
Pagos y créditos en cuenta efectuados por el BCE y los depósitos centralizados de valores, en calidad de intermediarios, a instituciones del sistema financiero por cuenta de otras personas naturales y sociedades	2
Rendimientos financieros originados en la deuda pública ecuatoriana	0
Rendimientos financieros originados en títulos valores de obligaciones de 360 días o más para el financiamiento de proyectos públicos en asociación público-privada	0
Intereses y comisiones en operaciones de crédito entre instituciones del sistema financiero y entidades economía popular y solidaria.	1
Inversiones entre instituciones del sistema financiero y entidades economía popular y solidaria	1
Pagos y créditos en cuenta efectuados por el BCE y los depósitos centralizados de valores, en calidad de intermediarios, a instituciones del sistema financiero por cuenta de otras instituciones del sistema financiero	1

Fuente: Ley de Régimen Tributario Interno, 2018

Bajo la misma normativa anteriormente citada, en su artículo 9, se presentan exenciones a los rendimientos financieros en los siguientes numerales:

6.- Los intereses percibidos por personas naturales por sus depósitos de ahorro a la vista pagados por entidades del sistema financiero del país;

7.- Los que perciban los beneficiarios del Instituto Ecuatoriano de Seguridad Social, por toda clase de prestaciones que otorga esta entidad; las pensiones patronales jubilares conforme el Código del Trabajo; y, los que perciban los miembros de la Fuerza Pública del ISSFA y del ISSPOL; y, los pensionistas del Estado;

15.1 Los rendimientos y beneficios obtenidos por personas naturales y sociedades, residentes o no en el país, por depósitos a plazo fijo en instituciones financieras nacionales, así como por inversiones en valores en renta fija que se negocien a través de las bolsas de valores del país o del Registro Especial Bursátil, incluso los rendimientos y beneficios distribuidos por fideicomisos mercantiles de inversión, fondos

de inversión y fondos complementarios originados en este tipo de inversiones. Para la aplicación de esta exoneración los depósitos a plazo fijo e inversiones en renta fija deberán efectuarse a partir del 01 de enero de 2016, emitirse a un plazo de 360 días calendario o más, y permanecer en posesión del tendedor que se beneficia de la exoneración por lo menos 360 días de manera continua.

Esta exoneración no será aplicable en caso de que el perceptor del ingreso sea deudor directa o indirectamente de las instituciones en que mantenga el depósito o inversión, o de cualquiera de sus vinculadas; así como cuando dicho perceptor sea una institución del sistema financiero nacional o en operaciones entre partes relacionadas por capital, administración, dirección o control.

Por lo expuesto y basados en los ejercicios aplicativos de inversiones, se deberá calcular el valor del impuesto a los rendimientos financieros de acuerdo con la tabla 2.5 conforme el caso.

Los intereses simples líquidos y por último los montos simples líquidos (neto a recibir), estarán sometidos a impuestos siempre y cuando los períodos de tiempo sean menores de un año, caso contrario no se calcula los impuestos, pues habría una exención tributaria.

2.15 ACTUALIZACIÓN

¿Alguna vez se han preguntado si el dinero cambia su valor en función al tiempo?

Suponga que usted desea vender un reloj hoy por USD 100 o a su vez el mismo reloj en USD 200, pagaderos en el plazo de 20 años. ¿Haría la negociación? ¿Es conveniente para usted cerrar el trato?

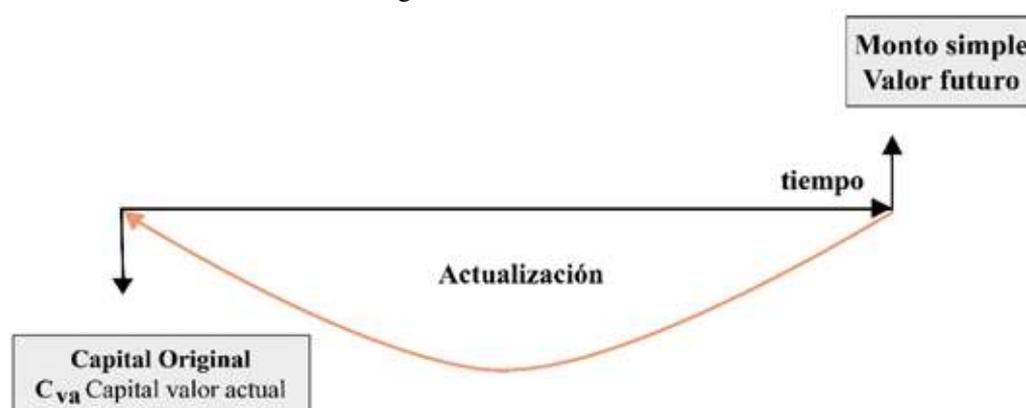
A partir del análisis anterior, se manifiesta que el dinero que posee hoy (actual), no valdrá lo mismo que el día de mañana, pasado mañana o en un futuro, más aún si en el país de análisis rige una economía dolarizada, donde ciertos factores como la inflación, desempleo, riesgo país, poder adquisitivo de la moneda es fluctuante. Por lo que es importante reflexionar sobre las decisiones que se tomarán tanto en inversión como en financiamiento, de allí que nace un precepto fundamental de las finanzas que indica que el dinero hoy vale más que mañana.

Sin embargo, hay razones por las cuales se prefiere el dinero antes, y no después, por ejemplo: costo de oportunidad, incertidumbre en la promesa de pago (riesgo), elevación del precio del producto a comprar.

Financieramente, la determinación de los valores hoy en día se lo conoce como actualización, es decir es el proceso de trasladar matemáticamente, valores del futuro, monto simple (Ms), al presente, de tal forma que se pueda establecer un capital (C) inicial, donde aún no genere afectación del interés.

Actualización: también se lo conoce como capital valor actual Cva o Valor presente VP, y gráficamente se expresa:

Figura 2.8 Actualización



2.16 VALOR ACTUAL

El proceso de valor actual permite tomar decisiones con suma antelación frente a un futuro incierto, como, por ejemplo, adquirir un bien hoy a un precio establecido o colocar ese dinero en alguna institución financiera para que pueda generar interés y, en un lapso de tiempo, pudiera comprar el bien y disfrutar del interés. Pero tal decisión depende de una serie de factores y riesgos concomitantes que se deben analizar. Toda decisión deberá ser comparada al día de hoy con base en el conocimiento del valor presente.

Si bien la actualización se lo conoce como el valor actual, varios autores referentes a las finanzas se acoplan con este último término que significa traer los valores del futuro (monto simple) al presente, con la finalidad de determinar el capital que sirvió de base para estimar o calcular dichos valores futuros.

Las operaciones de valor actual en general están relacionadas con operaciones bancarias activas; compra venta de papeles negociables y fiduciarios; valoración de alternativas de inversión, valoración de proyectos, factibilidad económica y financiera.

Construcción de la fórmula de cálculo

Basados en el monto simple

$$Ms = C + Is$$

$$C = Ms - Is$$

Partiendo de la fórmula del monto simple [21] integrada:

$$C = Ms - Is$$

$$Ms = C + (C * i * t)$$

$$Ms = C[1 + (i * t)]$$

Despeje de capital, utilizamos la ecuación [28]

$$C_{va} = \frac{M}{[1 + (i * t)]}$$

Basados en las propiedades de los exponentes¹ se puede seguir operando en la ecuación:

$$C_{va} = M[1 + (i * t)]^{-1} \quad [30]$$

Es necesario señalar que este proceso de actualización existente en matemática financiera se realiza fundamentalmente debido a que el futuro es incierto, y es técnicamente más seguro tomar las decisiones en el presente; por lo tanto, se dice financieramente que el futuro es incierto debido a la existencia de la inflación, pues un dólar en el presente no es lo mismo que un dólar en el futuro.

Ejercicio 2.15

Calcular el valor actual de un pagaré, cuyo valor al término de tres años y seis meses será USD 21 000, considerando una tasa de interés de 16 % anual simple.

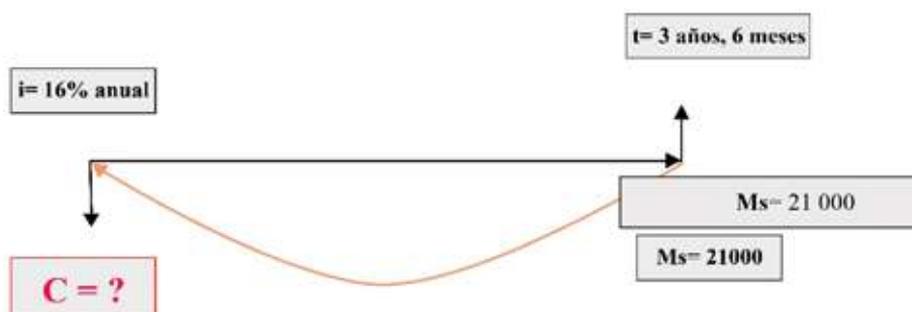
Datos

C= ?

t= 3 años, 6 meses

i= 16 % anual simple

M= \$21 000



1. Una potencia fraccionaria de exponente negativo es igual a la inversa de la fracción elevada a exponente positivo. (Colegio24hs, 2004)

Aplicación de la fórmula [30]

$$C_{va} = M[1 + (i * t)]^{-1}$$

Reemplazando

$$C_{va} = USD\ 21\ 000[1 + (0$$

$$C_{va} = USD\ 13\ 461,53$$

Análisis: para obtener, dentro de tres años y seis meses (3,5 años), la cantidad de USD 21 000, el pagará deberá suscribirse por un valor actual de USD 13 461,53, a una tasa de interés del 16 % anual simple.

Ejercicio 2.16

Una persona puede adquirir un vehículo usado, pagando hoy USD 25 000 al contado o USD 26 000 dentro de 210 días. Esa persona dispone del dinero en efectivo e investiga que el banco reconoce 8 % anual simple. Determine si la alternativa de pago al contado o crédito le es más ventajosa.

Datos

- Alternativa 1 (pago al contado)

$$C = USD\ 25\ 000$$

- Alternativa 2 (a crédito)

$$M = USD\ 26\ 000$$

$$t = 210\ \text{días}$$

$$i = 8\ \% \text{ anual simple}$$

Para proceder con la resolución del ejercicio es necesario actualizar la alternativa 2 para encontrar el valor presente y comparar las dos opciones en el punto cero.

Aplicación de la fórmula [30]

$$C_{va} = M[1 + (i * t)]^{-1}$$

Reemplazando

$$C_{va} = 26\ 000 \left[1 + \left(0,08 * \frac{210}{360} \right) \right]^{-1}$$

$$C_{va} = \text{USD } 24\ 840,76$$

Comparación de alternativas

Una vez efectuado la actualización, y contando con todas las alternativas en un mismo período de tiempo, se puede realizar la comparación de las dos opciones antes de tomar decisiones que beneficien a la persona.

Tabla 2.6 Comparación alternativas

Variables	ALTERNATIVA 1	ALTERNATIVA 2
Condición	Pago al contado	Pago a crédito M = USD 26 000 t = 210 días i = 8 % anual simple
Valor actual	USD 25 000	USD 24 840,76

Por lo expuesto en la tabla 2.6, la mejor alternativa para la persona en función de las condiciones establecidas es aceptar las condiciones del crédito, pues hoy le correspondería pagar USD 25 000 y, en un futuro, solo estaría cancelando USD 24 840,76.

2.17 DESCUENTOS

El Sistema Financiero Ecuatoriano permite realizar operaciones de compra y venta de papeles comerciales² tanto en el mercado de dinero como el de capitales. Existe la posibilidad de generar este tipo de negociación cuya característica es ceder o transmitir los derechos de propiedad de esos documentos a una tercera persona mediante un endoso³.

- Papeles negociables
- Letra de cambio
- Pagaré
- Pólizas de acumulación
- Certificados bancarios
- Avaes bancarios
- Bonos, entre otros

La posibilidad de precancelar el documento antes del tiempo establecido por las partes o a su vez que se pueda negociar con un tercero cediéndole los derechos a través de la venta, se podría determinar como descuento.

Analicemos un caso. El 5 de enero, se firma un documento negociable, cuya fecha de vencimiento es el 5 de julio del mismo año; dicho documento se efectivizará en su fecha de vencimiento más no antes, salvo que el deudor decida precancelarla de común acuerdo entre las partes. Sin embargo, también existe en ciertos casos, optar por la venta a otra persona natural o jurídica, siempre que la negociación se lo realice hasta antes de la fecha de vencimiento.

Trascurridos tres meses (5 de abril) de la fecha de suscripción, usted decide ceder o vender a un tercero siempre y cuando cumpla con todos los requeri-

2. Los papeles comerciales participan de la naturaleza y poseen atributos propios de los títulos valores (Romero, 2009).

3. Una declaración escrita sobre la letra de cambio, donde trasmite todos los derechos derivados (Goldschmidt, 2008).

mientos que exige, con énfasis en el precio del documento valorado a la fecha de la venta; es de suma importancia luego de considerar las formalidades legales, y referirse al comportamiento del mercado, niveles de riesgo, y tasa de interés de la negociación, cuantificar financieramente el valor del documento, desde la fecha de suscripción (5 de enero) hasta la fecha de venta o negociación (5 de abril). Dicha valoración se puede tomar como precio referencial o estimado para generar la venta logrando ser a la par, bajo la par o sobre la par.

De la misma forma, en lo referente a los mercados de valores, al adquirir un bono del Estado con un vencimiento en cinco años, el valor nominal solo podrá ser cobrado al finalizar el plazo; sin embargo, al requerir el dinero de forma anticipada, puede vender el documento y con justo derecho solicitar un valor por el tiempo transcurrido, en dicha operación.

Descuento

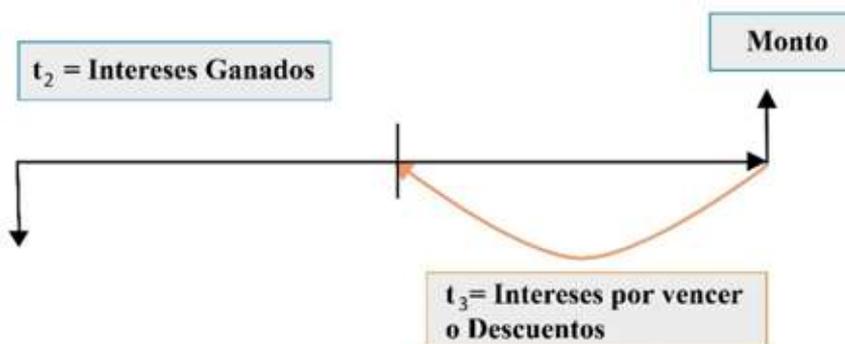
Los descuentos son aquellas operaciones matemáticas financieras de compra y venta de papeles negociables o fiduciarios antes del vencimiento. Este tipo de papeles o valores negociables generalmente son endosables.

Según el Diccionario de BVG (Bolsa de Valores de Guayaquil), “se habla de descuento cuando se vende un título a un precio inferior al que tiene en su vencimiento. Normalmente se utiliza una tasa de descuento para calcular, de acuerdo con cierto procedimiento matemático su valor actual o valor presente. Las aceptaciones bancarias, letras, avales y bonos son ejemplos de papeles de descuento”.

El descuento es la cantidad monetaria que percibirá el comprador de un documento fiduciario. Teóricamente representa lo correspondiente a intereses por devengar. Se lo puede obtener a través de la diferencia entre monto menos su valor actual. Es decir, la suma del capital original más los intereses ganados hasta la fecha de negociación o venta.

Gráficamente se visualiza así:

Figura 2.9 Gráfica de valor descuentos



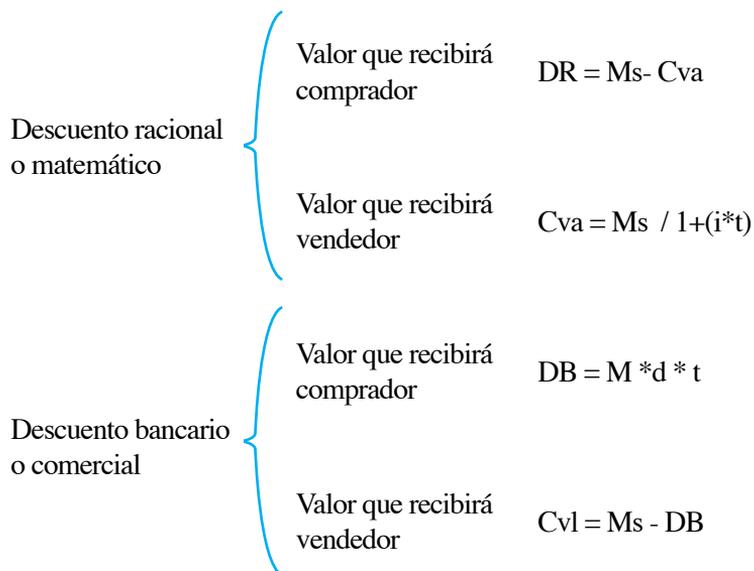
Los descuentos recibirán los compradores del documento negociable una vez que se cumpla fecha de vencimiento; o a su vez puede entrar en un proceso de compra-venta gradual hasta que venza el documento, con otros interesados.

La negociación de compra venta, estará sujeta a los niveles de riesgo del país, del ambiente financiero, del propio documento (quién es el acreedor del documento, plazos, tasas de interés, niveles de certidumbre de cobro), factores que harán que la venta del documento por lo general sea bajo el par. De ese valor líquido se descontará la comisión cobrada la casa de valores y bolsa de valores.

TIPOS DE DESCUENTOS

Matemáticamente existen dos tipos de descuentos, los mismos que pueden derivarse sus factores conforme la información disponible para el efecto.

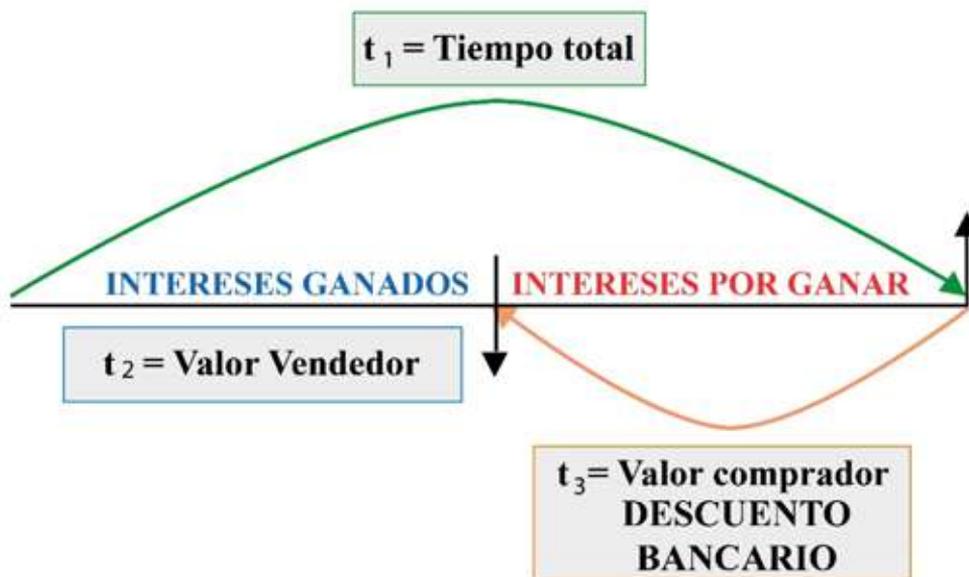
Figura 2.10 Tipo de descuentos



Descuento racional o matemático: de acuerdo con Rodríguez, J. y Rodríguez, I. (2015), este tipo de descuento se obtiene sobre la base del capital del valor nominal del documento en el momento de descontarlo, es decir, está calculado sobre el monto y su operación está ligado al interés simple. Se podría concluir como el valor que obtendrá el comprador del papel, en el momento de la fecha de vencimiento.

Gráfica de valor

Figura 2.11 Gráfica de valor descuento racional



En una operación de descuento existen dos tipos de valores que recibirán las partes interesadas respectivamente:

El vendedor del documento que recibe en ese momento de la operación el capital original más los intereses ganados de $t_2 = \text{valor actual}$; mientras tanto el comprador del documento recibirá al vencimiento el interés por ganar de t_3 , que representa el **descuento racional**.

Fórmula de cálculo

$$D_R = M - C_{va} \quad [31]$$

Reemplazando el Cva en su forma derivada:

$$D_R = M - \frac{M}{[1 + (i * t_3)]} \quad [32]$$

Donde:

D_R = descuento racional; es el valor que recibirá el comprador del documento, el momento del vencimiento de este.

M = monto o valor futuro del documento.

C_{VA} = capital valor actual a la fecha de negociación del documento; teóricamente estará compuesto de capital original más intereses ganados; es el valor que recibirá el vendedor del documento, el mismo instante de la venta.

t = tiempo establecido desde la fecha de negociación hasta la fecha de vencimiento del documento (diferente al tiempo t original, que está compuesto desde la fecha de suscripción hasta la fecha de vencimiento).

i = tasa de descuento establecida en la negociación del documento, generalmente es diferente a la tasa original i establecida en el documento negociable. Por lo general, la tasa de descuento d es siempre superior a la tasa i.

Otra forma de presentación de la fórmula del descuento racional sería:

$$D_r = M - C_{va}$$
$$D_r = M - M/(1 + (t_3 * i))$$

Aplicando las propiedades de los exponentes radicales

$$D_r = M - M/(1 + (t_3 * i))^{-1}$$

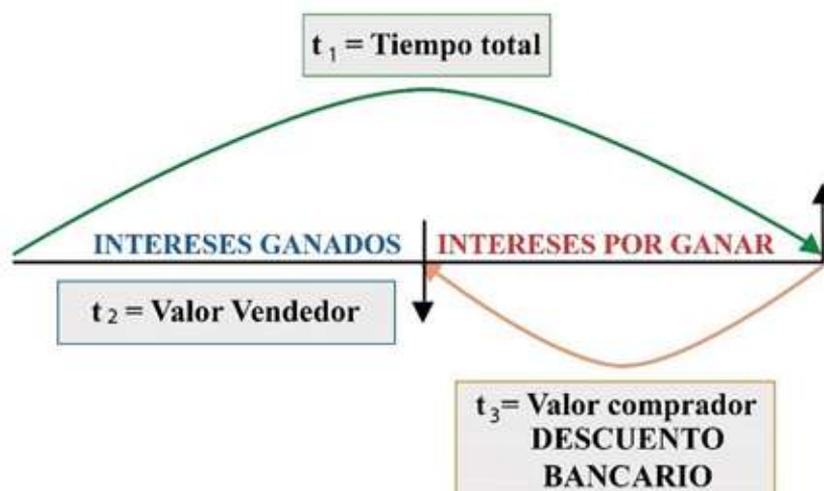
Hallando factor común

$$D_r = M[1 - (1 + (t_3 * i))^{-1}] \quad [33]$$

Descuento bancario o comercial: según Tarango (2019), es el valor calculado sobre el nominal que figura en el título, donde el interés es calculado en consideración al valor final del documento, por lo que se establece un cobro del interés por anticipado. Es de mayor aplicación práctica, por lo que es comúnmente aplicado por las entidades financieras. Se puede determinar como el valor que recibirá el comprador del documento, al momento de la fecha de vencimiento.

Gráfica de valor

Figura 2.12 Gráfica de valor descuento bancario



El vendedor del documento, en ese momento, recibe el capital original más los intereses ganados, denominado capital valor líquido; mientras que el comprador del documento, al vencimiento, recibe el interés por ganar resultante al descuento bancario.

Fórmula de cálculo

$$D_B = M * d * t \quad [34]$$

Donde:

D_b = descuento bancario, es el valor que recibirá el comprador del documento, el momento del vencimiento de este.

d = tasa de descuento, establecida en la negociación del documento, diferente a la tasa original i de contrato, o tasa con la que se calcularon los intereses simples totales del documento.

t_3 = tiempo establecido desde la fecha de negociación hasta la fecha de vencimiento del documento y que corresponde a los intereses por vencer.

El valor que recibirá el vendedor del documento, el mismo momento de la venta se denomina capital valor líquido y está representado por:

$$C_{vl} = M_s + D_b$$

$$C_{vl} = M - (M * d * t_3)$$

Extrayendo el factor común

$$C_{vl} = M - [1 - (d * t_3)]$$

Ejercicio 2.17

Hallar el descuento racional y bancario de una letra de cambio a 230 días de plazo, cuyo valor al vencimiento asciende a USD 215 000, bajo una tasa de interés del 11 % anual, si este documento es negociado a un banco cuando han transcurrido 116 días desde la suscripción del documento.

Determinar:

- Por el método de descuento racional, los valores referenciales del vendedor y comprador.
- Explique: ¿cómo están compuestos los valores encontrados?
- Si se recibe una postura del 12,50 % anual, determine: ¿a quién le convendrá?

- d) Si se recibe una postura del 8,50 % anual, determine: ¿a quién le conven-
drá?
- e) Realice el mismo procedimiento con el método de descuento bancario.
- f) Determine: ¿cuál de los dos métodos (racional o bancario) beneficia al
vendedor y cuál al comprador?

MÉTODO: RACIONAL O MATEMÁTICO

Paso uno

Datos referenciales (extraído del documento fiduciario):

$M_s = \text{USD } 215\,000$

$t_1 = 230$ días

$i = 11\%$ anual = 0,11 unitario anual

Condiciones de la venta

$t_2 = 116$ días transcurridos

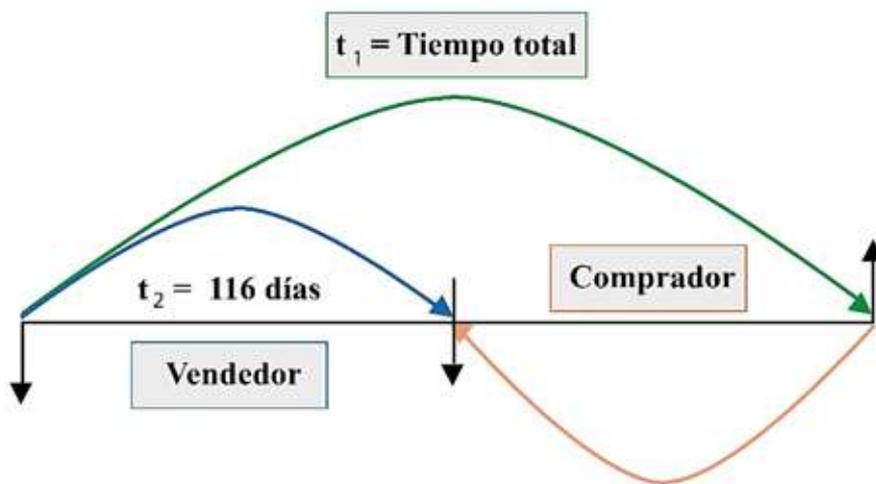
$t_3 = ?$

$C_{va} = ?$

Paso dos

Gráfica de valor

Figura 2.13: Método racional



Paso tres

Aplicación de la fórmula de cálculo

Valor referencial del vendedor (Utilizamos la ecuación [28])

$$C_{va} = \frac{M}{[1 + (i * t)]}$$

$$C_{va} = \frac{USD\ 215\ 000}{\left[1 + \left(0,11 * \frac{114}{360}\right)\right]}$$

$$C_{va} = USD\ 207\ 762,92$$

Valor referencial del comprador

$$D_R = M - C_{va}$$

$$D_R = USD\ 215\ 000 - USD\ 207\ 762,92$$

$$D_R = USD\ 7237,08$$

Determinación del valor del capital valor actual inicial, en referencia al tiempo

$$C_{va} = \frac{M}{[1 + (i * t)]}$$

$$C_{va} = \frac{USD\ 215\ 000}{\left[1 + \left(0,11 * \frac{230}{360}\right)\right]}$$

$$C_{va} = USD\ 200\ 882,43$$

Paso cuatro

Análisis y valoración de resultados

El valor referencial del vendedor negociado al 11 % de interés, al transcurrir 116 días desde la suscripción del documento asciende a $C_{va} = USD\ 207\ 762,92$ dicho valor está compuesto por un capital valor actual inicial de $C_{va} = USD\ 200\ 882,43$ bajo los intereses simples de 116 días.

El comprador recibe, en la fecha de vencimiento, un descuento racional de $DR = USD\ 7\ 237,07$ que corresponde a los intereses simples que faltan por devengar y que corresponde al tiempo 3 equivalente a 114 días.

Técnicamente, en el vencimiento, el comprador recibe el valor del monto simple $M_s = USD\ 215\ 000$ y de ahí se debe descontar lo que se le entregó al vendedor que asciende a $C_{va} = USD\ 207\ 763,92$ por lo que producto de la resta corres-

pendiente le queda el valor del descuento racional que como ya lo hemos dicho asciende a $DR = \text{USD } 7237,07$

Paso quinto

Valoración de ofertas

Datos

Supuesto 1

$i = 12,50\% \text{ anual} = 0,125 \text{ unitario anual}$

Valor referencial del vendedor

$$C_{va} = \frac{\text{USD } 215\,000}{\left[1 + \left(0,125 \text{ anual} * \frac{114}{360} \right) \right]}$$

$$C_{va} = \text{USD } 20\,6813,63$$

Valor referencial del comprador

$$D_R = M - C_{va}$$

$$D_R = \text{USD } 215\,000 - \text{USD } 206\,813,63$$

$$D_R = \text{USD } 8186,37$$

Supuesto 2

$i = 8,5\% \text{ anual} = 0,085 \text{ unitario anual}$

Valor referencial del vendedor

$$C_{va} = \frac{\text{USD } 215\,000}{\left[1 + \left(0,085 \text{ anual} * \frac{114}{360} \right) \right]}$$

$$C_{va} = \text{USD } 209\,364,60$$

Valor referencial del comprador

$$D_R = M - C_{va}$$

$$D_R = \text{USD } 215\,000 - \text{USD } 209\,364,60$$

$$D_R = \text{USD } 5635,40$$

Paso sexto

Decisiones método racional

Tabla 2.7 Decisiones del método racional

Actores	Valores referenciales al 11 %	Postura al 12,50 % anual	Postura al 8,50 % anual
Vendedor	Cva = USD 207 762,92	Cva = USD 206 813,63	Cva = USD 209 364,60
Comprador	DR = USD 7237,07	DR = USD 8186,37	DR = USD 5635,40

Análisis y valoración: al comparar los valores referenciales con las posturas se puede observar que, al vendedor le conviene negociar al 8,5 % anual, ya que su ganancia ascendería a USD 1 601,68 del mismo modo el comprador estaría perdiendo la suma de igual valor. Es decir lo que el vendedor, en este caso, gana como costo de oportunidad; el comprador pierde.

Si el vendedor acepta un calce de postura al 12,5 % anual, dejaría de percibir el valor de USD 949,29; sin embargo, esta opción es la más ventajosa para el comprador.

MÉTODO BANCARIO O COMERCIAL

Paso uno

Datos referenciales (extraído del documento fiduciario)

$M_s = \text{USD } 215\,000$

$t_1 = 230 \text{ días}$

$i = 11 \text{ \% anual (tasa de descuento)}$

Condiciones de la venta

$t_2 = 116 \text{ días transcurridos}$

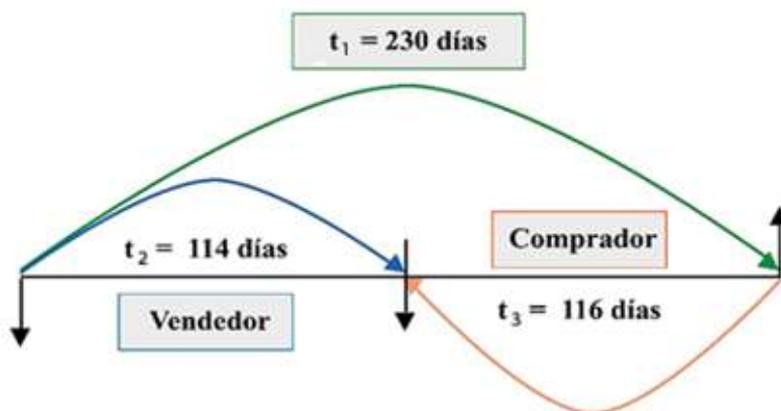
$t_3 = ?$

$CVL = ?$

Paso dos

Gráfica de valor

Figura 2.14: Método bancario



Paso tres

Aplicación de la fórmula de cálculo

Valor referencial del vendedor

$$CvL = Ms [1 - (t3 * i)]$$

$$CvL = USD 215 000 \left[1 - \left(\frac{114}{360} * 0,11 \text{ anual} \right) \right]$$

$$CvL = USD 207 510,83$$

Valor referencial del comprador

$$D_B = Ms - C_{vl}$$

$$D_B = USD 215 000 - USD 207 510,83$$

$$D_B = USD 7489,17$$

Paso cuatro

Valoración de ofertas

Datos

Supuesto 1

$$i = 12,5 \% \text{ anual} = 0,125 \text{ unitario anual}$$

Valor referencial del vendedor

$$C_{vL} = Ms [1 - (t3 * i)]$$

$$C_{vL} = USD 215 000 \left[1 - \left(\frac{114}{360} * 0,125 \text{ anual} \right) \right]$$

$$C_{vL} = USD 206 489,58$$

Valor referencial del comprador

$$D_B = Ms - C_{vl}$$

$$D_B = USD 215 000 - USD 206 489,58$$

$$D_B = USD 8 510,42$$

Supuesto 2

$$i = 8,5 \% \text{ anual} = 0,085 \text{ unitario anual}$$

Valor referencial del vendedor

$$C_{vL} = Ms [1 - (t3 * i)]$$

$$C_{vL} = USD 215 000 \left[1 - \left(\frac{114}{360} * 0,08 \text{ anual} \right) \right]$$

$$C_{vL} = USD 209 553,33$$

Valor referencial del comprador

$$D_B = Ms - C_{vL}$$

$$D_B = USD 215 000 - USD 209 553,33$$

$$D_B = USD 5 446,67$$

Paso cinco

Decisiones del método bancario

Tabla 2.8 Análisis de calce de posturas

Actores	Valores referenciales al 11 %	Postura al 12,50 % anual	Postura al 8,50 % anual
Vendedor	$C_{vL} = USD 207 510,83$	$C_{vL} = USD 206 489,58$	$C_{vL} = USD 209 553,33$
Comprador	$D_B = USD 7 489,17$	$D_B = USD 8510,42$	$D_B = USD 446,67$

Análisis y valoración: para el presente caso, se presentaron supuestos que permite comparar el comportamiento del descuento bancario a medida que aumenta o disminuye la tasa de descuento.

Como se observa en la tabla 2.8 ,la postura presentada a una tasa de descuento del 8,5 %, es la mejor opción para cerrar el negocio por parte del vendedor. Por otro lado, para el comprador, la opción más productiva es cuando el documento fiduciario ha sido descontado al 12,5 % anual, pues gana USD 1021,25.

COMPARACIÓN RESULTADOS ENTRE MÉTODOS

Al comparar los resultados hallados entre los métodos de descuento racional y bancario calculados bajo una tasa referencial del 11 % anual.

Tabla 2.9 Método racional *versus* método bancario

Actores	MÉTODO RACIONAL Valores referenciales al 11 %	MÉTODO BANCARIO Valores referenciales al 11 %
Vendedor	$C_{va} = \text{USD } 207\,762,92$	$C_{vl} = \text{USD } 207\,510,83$
Comprador	$D_R = \text{USD } 7\,237,08$	$D_B = \text{USD } 7489,17$

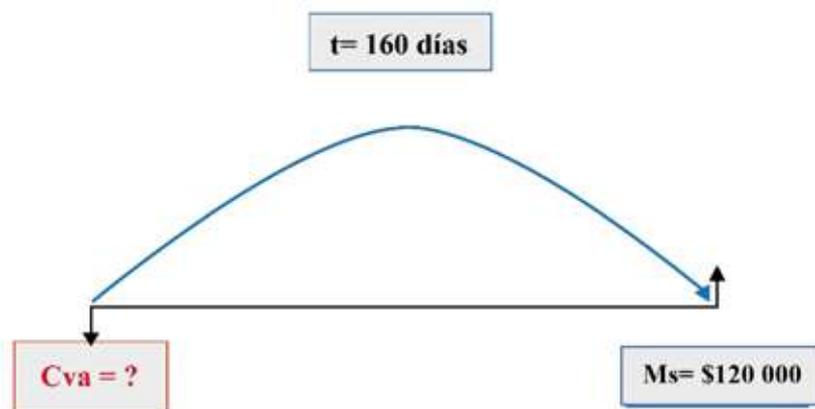
Se puede evidenciar al usar el método racional que se recibiría un capital valor actual de USD 207 762,92, mientras que en el método bancario el vendedor recibiría un valor USD 207 510,83, es decir USD 252,09 menos. Entonces, basados en los cálculos efectuados, se concluye que al vendedor le favorece negociar su documento bajo el método racional, mientras que al comprador le interesa utilizar el método bancario, pues su beneficio asciende a USD 252,09.

2.18 MATEMÁTICA DE CASOS

Ejercicio 2.18

Determinar el valor actual original, de una inversión propuesta por la empresa Parrales, cuyo monto asciende a USD 120 000 a 160 días plazo en tiempo exacto, con el 6 % de interés anual nominal, sabiendo que la fecha de suscripción es el 18 de enero del presente año.

Adicionalmente, compruebe que este valor actual encontrado (Cva) sometido a las mismas condiciones originales de tiempo (t_1) a una tasa de interés permite reproducir el mismo valor futuro (M_s).



Datos

$Cva = ?$

$M_s = \text{USD } 120\,000$

$t_1 = 160 \text{ días}$

$i = 6 \% \text{ anual}$

Cálculo:

$$C_{va} = \frac{M}{[1+(i*t)]}$$

$$C_{va} = \frac{USD\ 120\ 000}{\left[1 + \left(0,06 * \frac{160}{360}\right)\right]}$$

$$C_{va} = USD\ 116\ 883,12$$

Análisis y valoración de resultados

El valor actual inicial u original invertido de un monto de USD 120 000 a 160 días plazo, sometido a una tasa de interés del 6 % anual, asciende a USD 116 883,12. Para la aplicación de este problema, se utiliza la ecuación [28]

Comprobación: para generar un proceso de comprobación, se deberá calcular el monto simple a partir del resultado anterior.

$$M_s = C[1+(i*t)]$$

$$M_s = USD\ 116\ 883,12[1+(0,06*160/360)]$$

$$M_s = USD\ 120\ 000$$

Sobre la base de lo calculado, se puede observar que, al aplicar la fórmula de capital valor actual, con los datos originales generará como resultado la inversión a futuro establecida por la fórmula (monto simple); en otras palabras, el inverso del monto simple es el capital valor actual.

Ejercicio 2.19

La empresa Omega, deberá cancelar una obligación por un total de USD 210 000, la misma que se contrató hace 12 meses con una tasa de interés del 16,50 % anual. Por lo que es primordial determinar cuál fue el valor actual. Analice y valore los resultados.

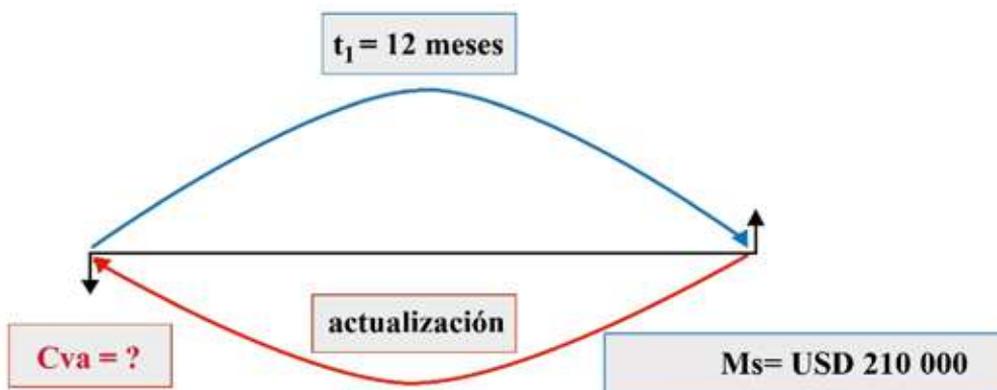
Datos

$M_s = \text{USD } 210\,000$

$t = 12 \text{ meses}$

$i = 16,50 \text{ \% anual}$

Figura 2.15: Ejercicio Omega



Determinación del valor actual

$$C_{va} = \frac{M}{[1+(i*t)]}$$

$$C_{va} = \frac{USD\ 210\ 000}{\left[1 + (0,165\ \text{anual} * \frac{12\ \text{meses}}{12\ \text{meses}})\right]}$$

$$C_{va} = USD\ 180\ 257,51$$

Análisis y valoración de resultados

Al obtener la empresa Omega un monto USD 210 000, en un tiempo de 12 meses, a una tasa de interés del 16,50 % anual, el capital valor actual inicial plasmado en el documento fiduciario de suscripción de la negociación corresponde a USD 180 257,51.

Ejercicio 2.20

Con los mismos datos del ejercicio anterior, encuentre el valor actual si ya han transcurrido desde la fecha de suscripción las siguientes opciones de tiempo:

Opción a: 99 días

Opción b: 4 meses, 25 días

Opción c: si la fecha de suscripción fue el 12 de mayo del presente año y se quiere conocer cuál es el valor actual si hoy es 28 de julio del mismo año.

Resolución del ejercicio

OPCIÓN (a).

$$C_{va} = ?$$

$$M_s = USD\ 210\ 000$$

$$t_1 = 12\ \text{meses}$$

$$i = 16,5\ \% \text{ anual}$$

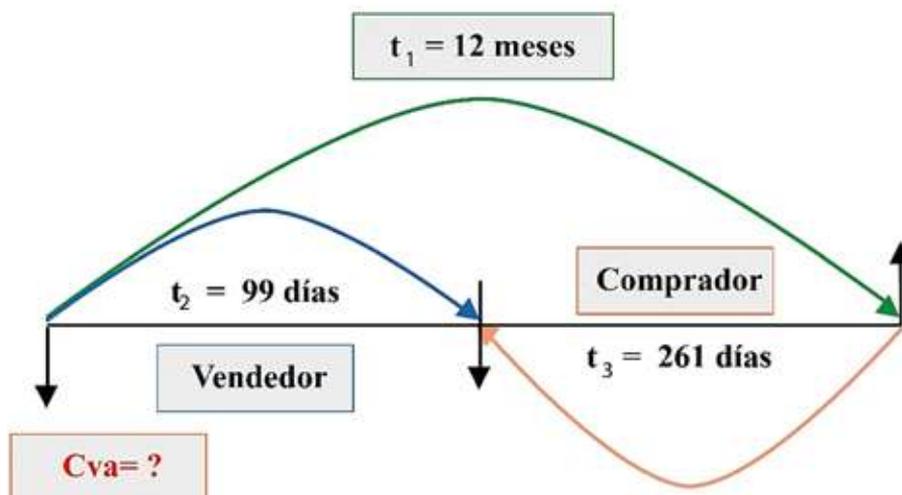
$t_2 = 99$ días (tiempo transcurrido)

$t_3 = t_1 - t_2$

$t_3 = 360$ días - 99 días

$t_3 = 261$ días (tiempo por vencer)

Figura 2.16: Gráfica de valor del ejercicio



Determinación del valor actual

$$C_{va} = \frac{M}{[1 + (i * t)]}$$

$$C_{va} = \frac{USD 210 000}{\left[1 + \left(0,165 \text{ anual} * \frac{261 \text{ días}}{360 \text{ días / año}} \right) \right]}$$

$$C_{va} = USD 187 562,80$$

OPCIÓN (b).

$C_{va} = ?$

$M_s = \text{USD } 210\,000$

$t_1 = 12$ meses (tiempo general de la negociación)

$i = 16,50\%$ anual

$t_2 = 4$ meses, 25 días = 145 días

$t_3 = t_1 - t_2$

$t_3 = 360$ días - 145 días

$t_3 = 215$ días (tiempo por vencer)

$$C_{va} = \frac{M}{[1 + (i * t)]}$$

$$C_{va} = \frac{\text{USD } 210\,000}{\left[1 + \left(0,165 \text{ anual} * \frac{215 \text{ días}}{360 \text{ días/año}}\right)\right]}$$

$$C_{va} = \text{USD } 191\,162,54$$

OPCIÓN (c)

Si la fecha de suscripción fue el 12 de mayo del presente año. ¿Cuál es el valor actual al 28 de julio del mismo año?

$C_{va} = ?$

$M_s = \text{USD } 210\,000$

$t_1 = 12$ meses (tiempo total); suscripción 12 de mayo del presente año

$i = 16,5\%$ anual

Fecha de suscripción: 12 de mayo

Fecha actual: 28 de julio del mismo año

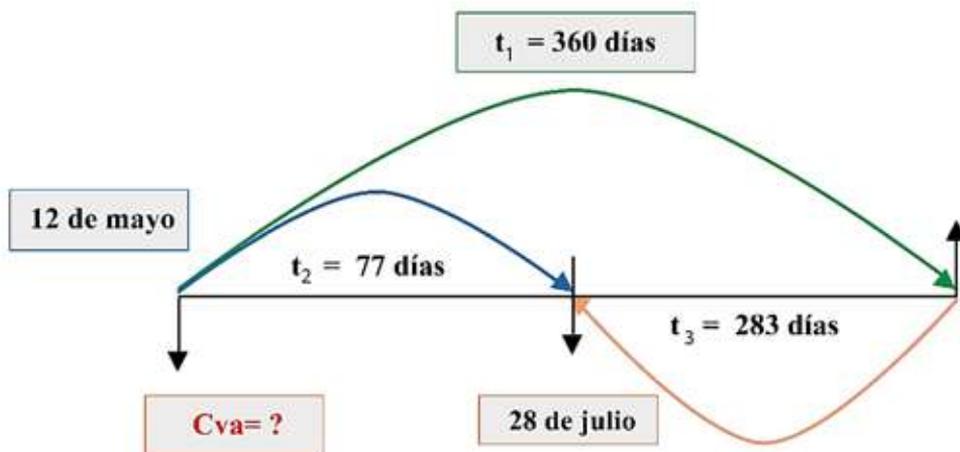
$t_2 = 77$ días (tiempo transcurrido – tiempo exacto)

$t_3 = t_1 - t_2$

$t_3 = 360$ días – 77 días

$t_3 = 283$ días (tiempo por vencer)

Figura 2.17: Gráfica de valor del ejercicio



$$C_{va} = \frac{M}{[1 + (i * t)]}$$

$$C_{va} = \frac{USD\ 210\ 000}{\left[1 + \left(0,165\ \text{anual} * \frac{283\ \text{días}}{360\ \text{días / año}}\right)\right]}$$

$$C_{va} = USD\ 185\ 888,68$$

2.19 ECUACIONES DE VALOR EQUIVALENTES EN EL INTERÉS SIMPLE

Según Ramón, Lozano, y Ramón (2015), cualquier capital que tenga un vencimiento en un momento cualquiera t es susceptible de ser valorado en un momento de referencia p que puede ser anterior, simultáneo o posterior al primero.

Al mantener varias obligaciones que cancelar por un deudor y en la posibilidad de unificarlas y pagarlas, ya sea en un solo pago o varios, en condiciones diferidas o anticipándolo, se presenta un proceso de equivalencia de los pagos, por lo que, en la cotidianeidad, es común refinanciar las deudas contraídas, modificar las condiciones de pago o simplemente elegir una mejor alternativa de inversión.

Llamamos equivalencia a dos cantidades generadas en distinta fecha, aunque fuesen completamente distintas, pero su resultado es el mismo, colocándolo a un valor futuro o valor presente. Es decir, USD 20 al día de hoy es equivalente a USD 22 en un año, si la tasa de interés exigida es del 10 % anual. Estos dos valores son equivalentes financieramente; sin embargo, esta equivalencia variará dependiendo de las expectativas del rendimiento del dinero.

Para Rodríguez, et al. (2014), la ecuación de valor es una igualdad que se emplea en operaciones financieras cuando existen dos o más transacciones diferentes y se desea cambiar una o algunas de las formas de liquidar las obligaciones contraídas, mediante pagos y fechas diferentes a las originales.

Generalmente son utilizadas para resolver problemas de reemplazo de un conjunto de obligaciones, con diversas fechas de vencimiento. Para resolver la operación, previamente se debe llegar a un acuerdo entre el deudor y el acreedor en diferentes aspectos, por ejemplo: la tasa de interés que se aplicará y fecha focal de equivalencia (fecha donde se efectuará la nueva operación).

2.20 NORMATIVA LEGAL ECUATORIANA EN LA ECUACIÓN DE VALOR

Conforme a lo estipulado en la Ley Orgánica para la Reestructuración de las Deudas de la Banca Pública, Banca Cerrada y Gestión del Sistema Financiero Nacional y Régimen de Valores, expedida en abril 2017, podrán acceder a los recálculos previstos en esta Ley los deudores vinculados cuyo capital inicial del total de sus operaciones vinculadas acumuladas fuere de hasta veinticinco mil dólares de los Estados Unidos de América (USD 25 000), entendiéndose como objeto aliviar la carga financiera, reprogramando los pagos de acuerdo con la situación de cada cliente.

En Ecuador, existen mecanismos para la solución de las obligaciones alineadas a la ecuación de valor como son:

Tabla 2.10 Definiciones de acuerdo con la normativa ecuatoriana

MECANISMO	DESCRIPCIÓN
Novación	Es la operación de crédito a través de la cual se extingue la primitiva obligación con todos los accesorios y nace una nueva, entera y totalmente distinta de la anterior. Las partes deben acordar mantener los accesorios, lo que se dará en modo expreso. Por accesorios se entenderán las garantías y demás obligaciones que accedan a la obligación principal.
Refinanciamiento	El refinanciamiento procederá cuando la IFI prevea probabilidades para el incumplimiento de la obligación vigente. Si en una operación refinanciada se deteriora el perfil de riesgo y no cumple con las condiciones pactadas en el contrato, esta podrá ser reestructurada y/o declarada de plazo vencido.
Reestructuración	Cuando el deudor original presente fuertes debilidades financieras con un nivel de riesgo superior al potencial, capacidad de pago nula o insuficiente, serios problemas para honrar sus obligaciones; y, cuando se hayan agotado otras alternativas de repago de la obligación crediticia. Será aplicable a aquel deudor que, por cualquier causa debidamente justificada y comprobada, ha disminuido su capacidad de pago, más no su voluntad de honrar el crédito recibido.

Fuente: CFN, 2020

2.21 OPERACIÓN FINANCIERA TIPO 1

Ejercicio 2.21

La empresa Alfa, posee las siguientes obligaciones (a futuro) que pagar en:

Monto simple 1 = USD 3 000 a 30 días plazo (Ms_1)

Monto simple 2 = USD 5 000 a 60 días plazo (Ms_2)

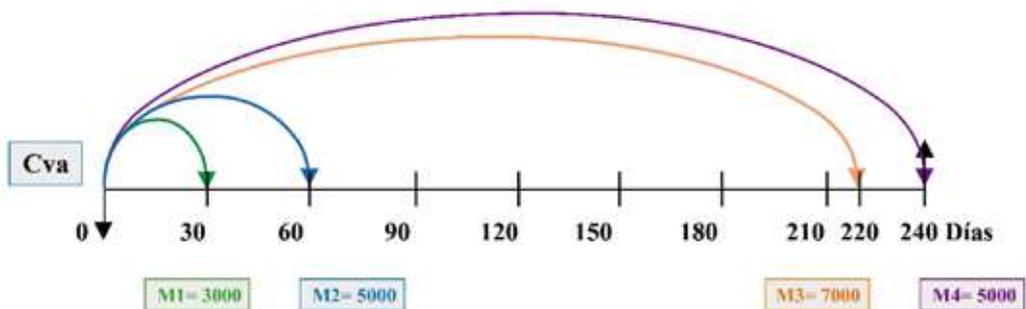
Monto simple 3 = USD 7 000 a 220 días plazo (Ms_3)

Monto simple 4 = USD 10 000 a 240 días plazo (Ms_4)

Alfa desea consolidar sus deudas y generar un pago único a un plazo de 210 días, considerando una tasa de interés del 14 % anual. ¿Cuál será el valor único que deberá pagarse por las deudas contraídas por la empresa Alfa?

Gráfico del ejercicio

Figura 2.18: Ejercicio Alfa



Datos de la renegociación

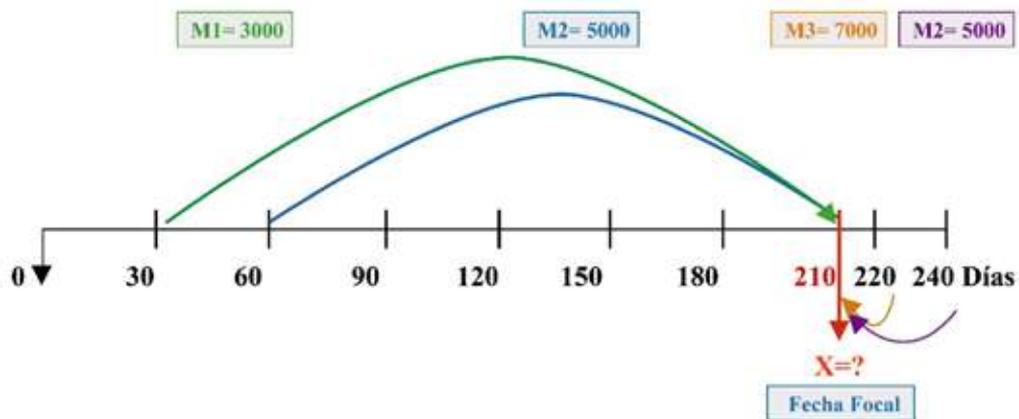
$i = 14\%$ anual

$x =$ fecha focal a los 210 días

$t = 210$ días

Gráfico de la propuesta de renegociación

Figura 2.19: Renegociación de varias deudas



En la gráfica de valor, se considera como fecha focal los 210 días, que es la fecha de pago consolidado de las deudas contraídas por la empresa. Ms_1 y Ms_2 se encuentran vencidas; por lo tanto, para trasladar a la fecha focal, deben calcularse como monto simple; sin embargo, Ms_3 y Ms_4 , se pagan por anticipado, por lo que deben ser resueltas a través de valor actual, de tal forma que los intereses disminuyan.

Cálculo del tiempo en días

$$t_1 = 210 - 30 = 180$$

$$t_2 = 210 - 60 = 150$$

$$t_3 = 210 - 220 = |-10|$$

$$t_4 = 210 - 240 = |-30|$$

Planteamiento de la ecuación de valor

$$x = Ms_1 [1 + (i * t_1)] + Ms_2 [1 + (i * t_2)] + \frac{Ms_3}{[1 + (i * t_3)]} + \frac{Ms_4}{[1 + (i * t_4)]}$$
$$x = USD 3000 \left[1 + \left(0,14 * \frac{180}{360}\right)\right] + USD 5000 \left[1 + \left(0,14 * \frac{150}{360}\right)\right] + \frac{USD 7000}{\left[1 + \left(0,14 * \frac{10}{360}\right)\right]}$$
$$+ \frac{USD 10 000}{\left[1 + \left(0,14 * \frac{30}{360}\right)\right]}$$
$$x = USD 321 000,00 + USD 5291,67 + USD 6972,88 + USD 9884,68$$
$$x = USD 25 359,22$$

Análisis y valoración

Al llegar a un acuerdo entre las partes, deudor y acreedor, para consolidar las deudas y efectivizar un pago único en 210 días, a una tasa de interés del 14 % anual, se deberá cancelar un valor de USD 25 359,22 y, de esta manera, se liquidará el conjunto de sus obligaciones.

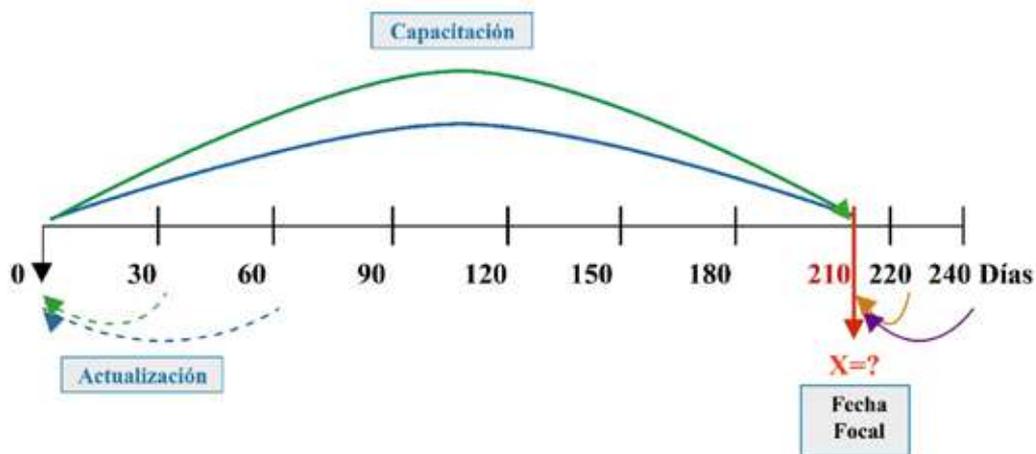
Segunda forma de solución

Para Ecuador, generar interés sobre interés sería algo contradictorio e impedido por la Ley. De allí que, a continuación, se muestra el procedimiento correcto en el caso ecuatoriano para desarrollar el caso de la empresa Alfa.

La afectación involucra a Ms_1 y Ms_2

Gráfico de la propuesta de renegociación (de acuerdo con la normativa legal ecuatoriana)

Figura 2.20: Renegociación de varias deudas con enfoque legal ecuatoriano



Al no cobrar interés sobre interés, se estará actuando dentro del marco normativo tipificado en la ley de defensa del consumidor. No hacerlo de esa manera sería convertirnos en agiotistas.

Desarrollo del ejercicio

Actualización de deudas para determinar el capital original

Datos Ms_i : (Deuda 1)

$Ms_1 = \text{USD } 3\,000$ a 30 días plazo

$i = 14\%$ anual

$$C_{va} = \frac{M}{[1+(i*t)]}$$

$$C_{va} = \frac{M}{[1+(i*t)]}$$

$$C_{va} = \frac{\text{USD } 3000}{[1 + (0,14 \text{ anual} * \frac{30 \text{ días}}{360 \text{ días/año}})]}$$

$$C_{va} = \text{USD } 2965,40$$

Datos M_{S_2} : (Deuda 2)

M_{S_2} = USD 5 000 a 60 días plazo

i = 14 % anual

$$C_{va} = \frac{M}{[1+(i*t)]}$$

$$C_{va} = \frac{\text{USD } 5000}{[1 + (0,14 \text{ anual} * \frac{60 \text{ días}}{360 \text{ días/año}})]}$$

$$C_{va} = \text{USD } 4885,99$$

Planteamiento de la ecuación de valor, capitalizando a la fecha focal (210 días) a las deudas originales determinadas anteriormente

$$x = Ms_1 [1 + (i * t_1)] + Ms_2 [1 + (i * t_2)] + \frac{Ms_3}{[1 + (i * t_3)]} + \frac{Ms_4}{[1 + (i * t_4)]}$$
$$x = \text{USD } 2965,40 \left[1 + \left(0,14 * \frac{210}{360} \right) \right] + \text{USD } 4885,99 \left[1 + \left(0,14 * \frac{210}{360} \right) \right] + \frac{\text{USD } 7000}{\left[1 + \left(0,14 * \frac{10}{360} \right) \right]}$$
$$+ \frac{\text{USD } 10\,000}{\left[1 + \left(0,14 * \frac{30}{360} \right) \right]}$$
$$x = \text{USD } 3210,00 + \text{USD } 5291,67 + \text{USD } 6972,88 + \text{USD } 9884,68$$
$$x = \text{USD } 25\,350,15$$

2.22 OPERACIÓN FINANCIERA TIPO 2

Ejercicio 2.22

Para el presente ejercicio práctico, se considera a una persona que mantiene una deuda de tres pagarés:

Pagaré 1: valor USD 40 000 a 40 días de plazo

Pagaré 2: valor USD 65 000 a 80 días de plazo

Pagaré 3: valor USD 70 000 a 160 días plazo

La operación está sometida a una tasa de interés de 15,15 % anual. Calcular el valor del nuevo pagaré que se renegocia a 240 días plazo.

Gráfico del ejercicio

Figura 2.21: Operación financiera tipo 2

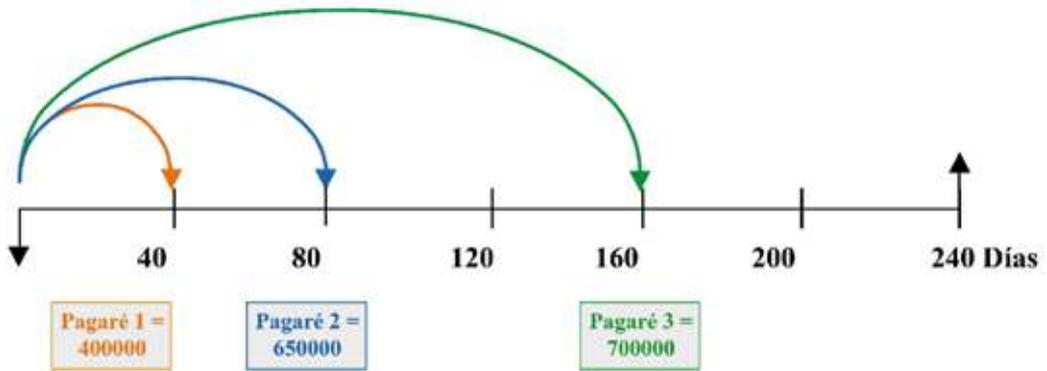
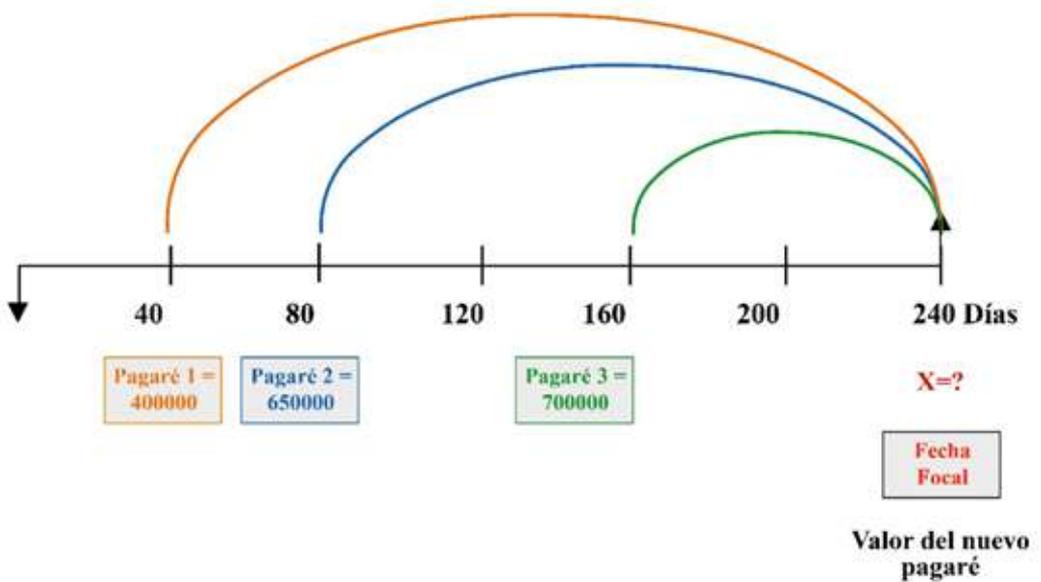


Gráfico de la propuesta de renegociación (método de interés sobre interés)

Figura 2.22. Método de interés sobre interés



Sea x la fecha focal establecida a 240 días lo que establecerá el valor del nuevo pagaré de la negociación acordada.

Al observar la gráfica, se puede determinar la posición de los valores al respecto de la fecha focal; es decir, se tendrán que capitalizar los pagarés con respecto a x situado a 240 días:

Datos:

$Ms_1 =$ USD 40 000 Primer pagaré

$Ms_2 =$ USD 65 000 Segundo pagaré

$Ms_3 =$ USD 70 000 Tercer pagaré

$i = 15,15$ % anual

$x =$ fecha focal a los 240 días

Cálculo del tiempo en días:

$t_1 = 240 - 40 = 200$ días

$t_2 = 240 - 80 = 160$ días

$t_3 = 240 - 160 = 80$ días

Planteamiento de la ecuación de valor

$$x = Ms_1 [1 + (i * t_1)] + Ms_2 [1 + (i * t_2)] + Ms_3 [1 + (i * t_3)]$$

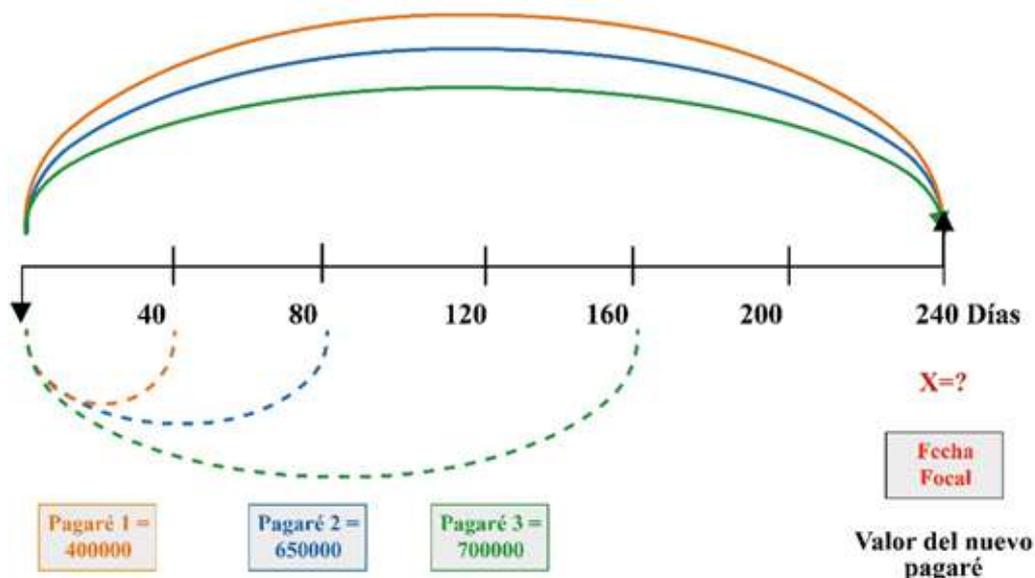
$$x = \text{USD } 40\,000 \left[1 + \left(0,1515 * \frac{200}{360} \right) \right] + \text{USD } 65\,000 \left[1 + \left(0,1515 * \frac{160}{360} \right) \right] \\ + \text{USD } 70\,000 \left[1 + \left(0,1515 * \frac{80}{360} \right) \right]$$

$$x = \text{USD } 43\,366,67 + \text{USD } 69\,376,67 + \text{USD } 72\,356,67$$

$$x = \text{USD } 185\,100,01$$

Gráfico de la propuesta de renegociación (de acuerdo con la normativa legal ecuatoriana)

Figura 2.23: Ejercicio bajo la normativa legal



Actualización de deudas para determinar el capital original

Datos Ms_i : (Primer pagaré)

Ms_1 = USD 40 000 a 40 días plazo

i = 15,15 % anual

$$C_{va} = \frac{M}{[1 + (i * t)]}$$

$$C_{va} = \frac{USD\ 40\ 000}{[1 + (0,1515\ \text{anual} * \frac{40\ \text{días}}{360\ \text{días/año}})]}$$

$$C_{va} = USD\ 39\ 337,81$$

Datos Ms_2 : (Segundo pagaré)

$Ms_2 = \text{USD } 65\,000$ a 80 días plazo

$i = 15,15 \%$ anual

$$C_{va} = \frac{M}{[1+(i*t)]}$$

$$C_{va} = \frac{M}{[1+(i*t)]}$$

$$C_{va} = \frac{\text{USD } 65\,000}{[1 + (0,1515 \text{ anual} * \frac{80 \text{ días}}{360 \text{ días/año}})]}$$

$$C_{va} = \text{USD } 62\,882,94$$

Datos Ms_3 : (Tercer pagaré)

$Ms_3 = \text{USD } 70\,000$ a 160 días plazo

$i = 15,15 \%$ anual

$$C_{va} = \frac{M}{[1+(i*t)]}$$

$$C_{va} = \frac{\text{USD } 70\,000}{[1 + (0,1515 \text{ anual} * \frac{160 \text{ días}}{360 \text{ días/año}})]}$$

$$C_{va} = \text{USD } 65\,584$$

Planteamiento de la ecuación de valor, capitalizando a la fecha focal (240 días) a las deudas originales determinadas en el paso anterior

$$x = Ms_1 [1 + (i * t_1)] + Ms_2 [1 + (i * t_2)] + Ms_3 [1 + (i * t_3)]$$

$$x = 39\,337,81 \left[1 + \left(0,1515 * \frac{240}{360}\right)\right] + 62\,882,94 \left[1 + \left(0,1515 * \frac{240}{360}\right)\right] + 65\,584 \left[1 + \left(0,1515 * \frac{240}{360}\right)\right]$$

$$x = \text{USD } 43\,310,93 + \text{USD } 69\,234,11 + \text{USD } 72\,207,98$$

$$x = \text{USD } 184\,753,02$$

2.23 OPERACIÓN FINANCIERA TIPO 3

Ejercicio 2.23

La empresa Compaq posee las siguientes deudas:

Deuda 1: USD 7 000 con vencimiento en tres meses (Ms_1);

Deuda 2: USD 14 000 con vencimiento en seis meses (Ms_2);

Deuda 3: USD 21 000 con vencimiento en nueve meses (Ms_3).

Desea renegociar sus deudas saldando las obligaciones mediante dos pagos iguales, con vencimiento a los siete meses y otro con vencimiento en 12 meses a partir del día de hoy.

Determinar: ¿a cuánto ascienden los pagos, si la tasa de interés se estableció al 12 % anual y la fecha focal es al final de los 12 meses.

Gráfico de valor de la deuda original

Figura 2.24: Operación financiera tipo 3

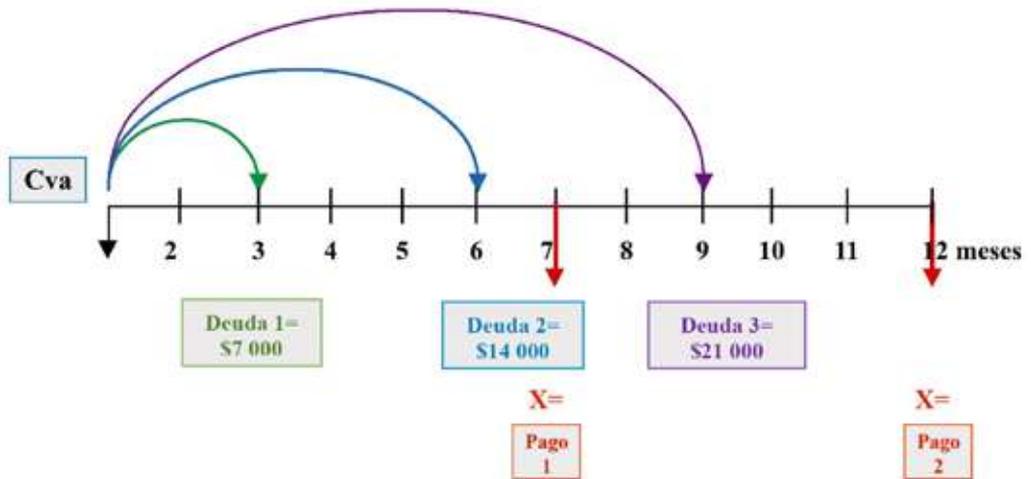
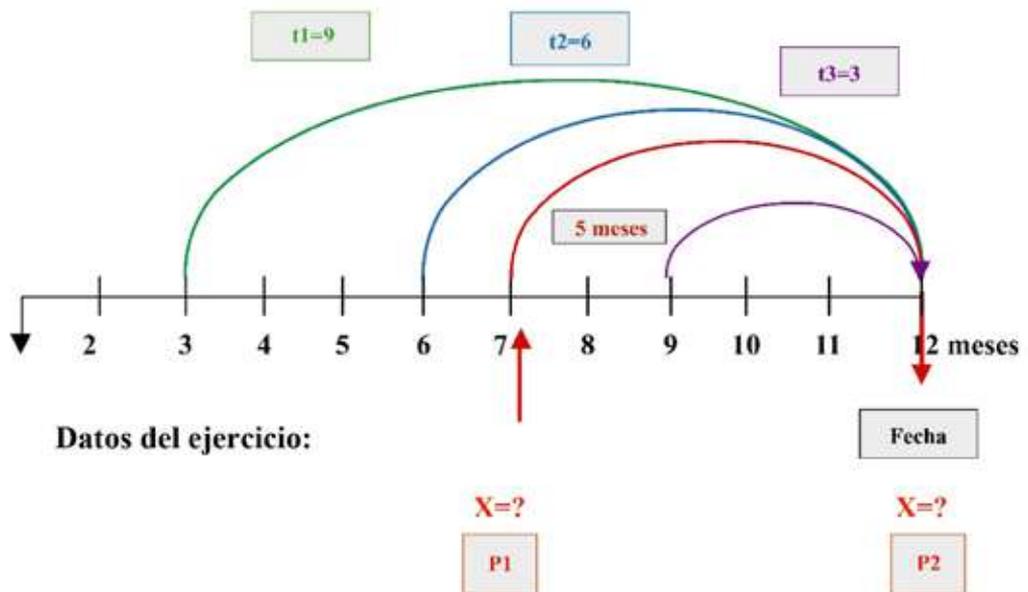


Gráfico de la propuesta de renegociación (método de interés sobre interés)



Datos del ejercicio:

$$Ms_1 = \text{USD } 7\,000 \quad t_1 = 3 \text{ meses}$$

$$Ms_2 = \text{USD } 14\,000 \quad t_2 = 6 \text{ meses}$$

$$Ms_3 = \text{USD } 21\,000 \quad t_3 = 9 \text{ meses}$$

$$i = 12 \% \text{ anual}$$

$$x = \text{pago}_1 \quad t = 7 \text{ meses}$$

$$x = \text{pago}_2 \quad t = 12 \text{ meses}$$

Planteamiento de la ecuación de valor

$$\text{Pagos} = \text{Deudas}$$

$$x[1 + (i * t_1)] + x = Ms_1 [1 + (i * t_1)] + Ms_2 [1 + (i * t_2)] + Ms_3 [1 + (i * t_3)]$$

$$x \left[1 + \left(0,12 * \frac{5}{12} \right) \right] + x = 7000 \left[1 + \left(0,12 * \frac{9}{12} \right) \right] + 14\,000 \left[1 + \left(0,12 * \frac{6}{12} \right) \right] + 21\,000 \left[1 + \left(0,12 * \frac{3}{12} \right) \right]$$

$$1,05x + x = \text{USD } 44\,100$$

$$2,05x = \text{USD } 44\,100$$

$$x = \text{USD } 21\,512,20$$

Análisis y valoración

La empresa COMPAQ, si desea liquidar sus obligaciones financieras mediante dos pagos iguales al mes 6 y 12, bajo una tasa de interés del 12 % anual y considerando la fecha focal el segundo pago, su valor a cancelar ascendería a USD 21 512,20 cada uno.

2.24 CUENTAS DE AHORROS

Para la Superintendencia de Bancos del Ecuador (2019), la cuenta de ahorros es un contrato (escrito) por el cual un banco se obliga a cumplir las órdenes de pago que emite el cuentaahorrista, hasta el límite de la cantidad de dinero que tal cliente haya depositado en dicha cuenta.

A su vez, la Codificación de Resoluciones Monetarias, Financieras, de Valores y Seguros (2017), en el capítulo XLV: Norma general para la apertura y manejo de las cuentas de ahorros en las entidades de los sectores financiero público y privado, estipula:

Art. 1. Cuenta de ahorros es un contrato de depósitos que permite, a una persona natural o jurídica hábil para contratar y acceder a varios servicios financieros como los siguientes:

1. Depósitos, consultas y retiros;
2. Débitos automáticos para pago de servicios básicos u otros;
3. Compras o consumos en locales afiliados a través de la tarjeta de débito; y,
4. Envío y recepción de transferencias y remesas nacionales, del exterior y giros locales.

Art. 2.- La apertura de la cuenta de ahorros se hará directamente en la entidad financiera, con un depósito voluntario inicial del cuenta ahorrista.

Art. 3.- Los tipos de cuenta de ahorro que pueden abrirse son los siguientes:

1. Cuenta individual, que es aquella abierta por una sola persona, cuya firma es la única autorizada para el manejo de esa cuenta;

2. Cuenta conjunta o solidaria que es aquella que se abre a nombre de dos o más personas cuyas firmas deben ser registradas y se necesita de todas o de una de ellas para el manejo de la cuenta;

3. Cuenta indistinta o colectiva a nombre de varios titulares; y,

4. Otro tipo de cuentas de ahorro que las entidades financieras podrán establecer con condiciones, características y beneficios particulares para sus clientes.

Por disposición legal ecuatoriana, la entidad financiera deberá reconocer el pago de intereses sobre los saldos que se mantengan en la cuenta de ahorros, de allí que en matemática financiera es primordial el cálculo preciso de dichos valores.

Para la liquidación de los intereses se utiliza la fórmula del interés simple, con dos modalidades de cálculo: **la primera** toma en cuenta el valor de la transacción, sea depósito o retiro; y **la segunda**, los saldos. A continuación, se realizarán ejercicios de liquidaciones semestrales de cuentas de ahorro:

Ejercicio 2.24

Una persona propietaria de una cuenta de ahorro realizará una serie de depósitos y retiros con los valores y fechas que se detallan a continuación: el 16 de enero depositó USD 9 000 para abrir la cuenta; el 10 de febrero depositó USD 5 000; el 2 de marzo retiró USD 6 000; el 3 de abril retiró USD 2 000; el 30 de abril depositó USD 11 000; el 1 de junio retiró USD 3 000. Si la cuenta de ahorro se calcula a una tasa de interés de 0,50 % anual, ¿Cuál será el saldo de la cuenta a 30 de junio?

PRIMER MÉTODO DE SOLUCIÓN: POR VALOR DE TRANSACCIÓN

Tabla demostrativa de las fechas, depósitos, retiros, saldo e intereses a favor y en contra:

Tabla 2.11 Método por valoración de transacción

Fecha Mes – día	Depósito USD	Retiro USD	Saldo USD	Intereses USD	
				+	-
01 – 16	9 000,00		9 000,00	20,34	
02 – 10	5 000,00		14 000,00	9,58	
03 – 02		6 000,00	8 000,00		9,86
04 – 03		2 000,00	6 000,00		2,41
04 – 30	11 000,00		17 000,00	9,19	
06 - 01		3 000,00	14 000,00		1,19
Interés a favor y en contra				39,11	13,46
Intereses			25,65		
Saldo a 30 de junio			14 025,65		

Saldo de la cuenta al 30 de junio: USD 14 025,65

Cálculo de fechas (tiempo exacto), que inciden en la determinación del interés:

Enero	15					
Febrero	28	18				
Marzo	31	31	29			
Abril	30	30	30	27		
Mayo	31	31	31	31	31	
Junio	30	30	30	30	30	29
Total de días	165	140	120	88	61	29

Cálculo de interés por transacción:

<p>Primer depósito</p> $Is = C * i * t$ $Is = 9000 * 0,005 * \frac{165}{365}$ $Is = \text{USD } 20,34$	<p>Primer retiro</p> $Is = C * i * t$ $Is = 6000 * 0,005 * \frac{120}{365}$ $Is = \text{USD } 9,86$
<p>Segundo depósito</p> $Is = C * i * t$ $Is = 5000 * 0,005 * \frac{140}{365}$ $Is = \text{USD } 9,58$	<p>Segundo retiro</p> $Is = C * i * t$ $Is = 2000 * 0,005 * \frac{88}{365}$ $Is = \text{USD } 2,41$
<p>Tercer depósito</p> $Is = C * i * t$ $Is = 11\ 000 * 0,005 * \frac{61}{365}$ $Is = \text{USD } 9,19$	<p>Tercer retiro</p> $Is = C * i * t$ $Is = 3000 * 0,005 * \frac{29}{365}$ $Is = \text{USD } 1,19$

Total de intereses generados sumatoria de Is: USD 25,65

Segundo método de solución: sobre saldos

Al calcular la generación de los intereses sobre saldos en una cuenta de ahorros, se establecerá el número de días comprendidos entre cada transacción:

Entre la primera y segunda transacción	Enero	15*
	Febrero	10
	<i>Suman:</i>	<i>25 días</i>

* (16 días transcurrido y 15 días faltantes = 31 días del mes de enero)

Entre la segunda y tercera transacción	Febrero	18
	Marzo	2
	<i>Suman:</i>	<i>20 días</i>

Entre la tercera y cuarta transacción	Marzo	29
	Abril	3
	<i>Suman:</i>	<i>32 días</i>

Entre la cuarta y quinta transacción	Abril	27 días
---	-------	---------

Entre la quinta y sexta transacción	Mayo	31
	Junio	1
	<i>Suman:</i>	<i>32 días</i>

Entre la sexta hasta el 30 de junio (saldo final)		29 días
--	--	---------

TOTAL: 165 días

Cálculo de interés sobre saldos:

		Cuarto		
Primer saldo	$Is = C * i * t$ $Is = 9000 * 0,005 * \frac{25}{365}$ $Is = \text{USD } 3,08$	saldo	$Is = C * i * t$ $Is = 6000 * 0,005 * \frac{27}{365}$ $Is = \text{USD } 2,21$	
<hr/>				
Segundo saldo	$Is = C * i * t$ $Is = \text{USD } 14\ 000 * 0,005 * \frac{20}{365}$ $Is = \text{USD } 3,84$	Quinto saldo	$Is = C * i * t$ $Is = \text{USD } 17\ 000 * 0,005 * \frac{32}{365}$ $Is = \text{USD } 7,45$	
<hr/>				
Tercer saldo	$Is = C * i * t$ $Is = \text{USD } 8\ 000 * 0,005 * \frac{32}{365}$ $Is = \text{USD } 3,51$	Sexto saldo	$Is = C * i * t$ $Is = \text{USD } 14\ 000 * 0,005 * \frac{29}{365}$ $Is = \text{USD } 5,56$	

Total de intereses generados

USD 25,65

Tabla demostrativa de las fechas, depósitos, retiros, saldo e intereses bajo el método sobre saldos:

Tabla 2.12 Método sobre saldos

Fecha	Depósito	Retiro	Saldo	Intereses
Mes – día	USD	USD	USD	USD
01 – 16	9 000,00		9 000,00	3,08
02 – 10	5 000,00		14 000,00	3,84
03 – 02		6 000,00	8 000,00	3,51
04 – 03		2 000,00	6 000,00	2,21
04 – 30	11 000,00		17 000,00	7,45
06 - 01		3 000,00	14 000,00	5,56
Intereses				25,65
Saldo a 30 de junio				14 025,65

Saldo de la cuenta al 30 de junio: USD 14 025,65

Ejercicio 2.25

La señorita Rodríguez, poseedora de una cuenta de ahorros en una institución financiera, tiene un saldo en su cuenta de USD 40 000 a 30 de junio; en el segundo semestre del mismo año, realizó el siguiente movimiento: un retiro de USD 2 500 el 25 de agosto; un depósito de USD 3 000 el 18 de septiembre; un retiro de USD 6 000 el 4 de noviembre. Si la tasa de interés fue de 0,7 % anual, ¿Cuánto interés generará la cuenta a 31 de diciembre?

Cálculo de fechas (tiempo exacto), que inciden en la determinación del interés

Julio	31			
Agosto	31	6		
Septiembre	30	30	12	
Octubre	31	31	31	
Noviembre	30	30	30	26
Diciembre	31	31	31	31
Total	184	128	104	57

Cálculo de interés por transacción:

Interés del saldo

$$Is = C * i * t$$

$$Is = USD 40\ 000 * 0,007 * \frac{184}{365}$$

$$Is = USD 141,15$$

Primer retiro

$$Is = C * i * t$$

$$Is = USD 2500 * 0,007 * \frac{128}{365}$$

$$Is = USD 6,14$$

Primer depósito

$$Is = C * i * t$$

$$Is = USD 3000 * 0,007 * \frac{104}{365}$$

$$Is = USD 5,98$$

Segundo retiro

$$Is = C * i * t$$

$$Is = USD 6000 * 0,007 * \frac{57}{365}$$

$$Is = USD 6,56$$

Total, intereses: USD 159,83

Tabla demostrativa de las fechas, depósitos, retiros, saldo e intereses bajo el método sobre transacción:

Tabla 2.13 Método sobre transacciones

Fecha Mes – día	Depósito USD	Retiro USD	Saldo USD	Intereses USD	
				+	-
06 – 30			40 000,00	141,15	
08 – 25		2 500,00	37 500,00		6,14
09 – 18	3 000,00		40 500,00	5,98	
11 – 04		6 000,00	34 500,00		6,56
Interés a favor y en contra				147,13	12,7
Intereses			134,43		
Saldo a 30 de junio			34 643,43		

Saldo de la cuenta al 30 de junio: USD 34 643,3

Segundo método de solución: sobre saldos

Entre la primera y segunda transacción	Junio	0
	Julio	31
	Agosto	<u>25</u>
	Suman:	56 días
Entre la segunda y tercera transacción	Agosto	06
	Septiembre	<u>18</u>
	Suman:	24 días
Entre la tercera y cuarta transacción	Septiembre	12
	Octubre	31
	Noviembre	<u>04</u>
	Suman:	47 días
Entre la cuarta transacción hasta el 31 de diciembre (saldo final)	Noviembre	26 días
	Diciembre	31 días
	Suman:	57 días
	Total:	184 días

Cálculo de interés sobre saldos

Primer saldo

$$Is = C * i * t$$

$$Is = USD 40 000 * 0,007 * \frac{56}{365}$$

$$Is = USD 42,95$$

Segundo saldo

$$Is = C * i * t$$

$$Is = USD 37 500 * 0,007 * \frac{24}{365}$$

$$Is = USD 17,26$$

Tercer saldo

$$Is = C * i * t$$

$$Is = USD 40 500 * 0,007 * \frac{47}{365}$$

$$Is = USD 36,51$$

Cuarto saldo

$$Is = C * i * t$$

$$Is = USD 34 500 * 0,007 * \frac{57}{365}$$

$$Is = USD 37,71$$

Total intereses generados USD 25,65

Tabla demostrativa de las fechas, depósitos, retiros, saldo e intereses bajo el método sobre saldos:

Tabla 2.14 Método sobre saldos

Fecha	Depósito	Retiro	Saldo	Intereses
Mes – día	USD	USD	USD	USD
06 – 30			40 000,00	42,95
08 – 25		2 500,00	37 500,00	17,26
09 – 18	3 000,00		40 500,00	36,51
11 – 04		6 000,00	34 500,00	37,71
Intereses				134,43
Saldo a 30 de junio			34 643,43	

Al momento de calcular el interés en las cuentas de ahorro, se debe tomar atención a la tasa, pues esta puede variar dentro de un período de liquidación; cuando esto sucede, el cálculo deberá hacerse tomando como base el número de días que estuvo vigente.

2.25 ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

Ejercicios de autoevaluación

1. La empresa Omega S. A. dispone hoy de un capital de USD 6000 y decide invertirlo en un banco de la localidad que paga una tasa de interés simple nominal anual del 12 %. Determine el interés simple (rendimiento financiero) y monto simple de las siguientes alternativas:
 - a) 1 año
 - b) 7 años
 - c) 26 días
 - d) 6 meses
 - e) 245 días
 - f) 19 meses
 - g) 2 año 7,5 meses
 - h) 3,65 años
 - i) 3 años,8 meses,18 días
2. Calcule el monto simple (valor acumulado/ neto a recibir) de un capital de USD 20 000 sujeto a una tasa 6 % anual durante dos años.
3. Calcular el monto simple de un capital de USD 50 000 bajo las siguientes condiciones: tiempo dos meses, ocho días; tasa 5 % anual. Terminado el ejercicio, compruebe el valor del primer mes correspondiente al interés simple mediante fórmula.
4. Calcular el interés que gana una inversión de un capital de USD 40 000 al 6 % nominal anual suscrita el 22 de abril y su vencimiento el 24 de octubre de este año. Utilice las cuatro combinaciones de la norma bancaria.
5. Maritza dispone de un certificado de depósito bajo las siguientes condiciones: capital, USD 180 000; fecha de suscripción del documento, 3 de noviembre;

- fecha de vencimiento, 18 de junio del siguiente año. Determine las combinaciones Isote, Iseta, si la tasa de interés asciende al $6\frac{1}{4}$ % anual simple.
- Una persona, hoy 18 de octubre, invierte USD 42 000 en un fondo de inversión que le garantiza un rendimiento del 6,75 % anual simple. ¿Si esa persona retira después de 120 días (tiempo exacto) cuánto deberá recibir?
 - El 18 de mayo de este año, un cliente decide hacer una inversión, bancaria, por un valor de USD 9 000, a una tasa del 4 % anual simple. Calcule el valor neto a recibir al final del plazo establecido, 12 diciembre del presente año. Utilice los criterios interés ordinario Isote.
 - Si una persona invierte en pólizas hoy USD 5 000 a plazo fijo con el 1,20 % de interés mensual, y no retira su depósito y reinvierte sus intereses, cada mes, ¿cuánto tendrá en su cuenta cuatro meses después si la tasa de interés no varía?
 - Una persona adquiere en esta fecha un automóvil que cuesta USD 22 000. Si suponemos que el vehículo aumenta su valor en forma constante y a razón del 2 % mensual, ¿Cuál será su valor después de ocho meses y 12 días?
 - A qué tasa de interés anual fue colocado un capital de USD 7 000 para que pueda obtenerse un rendimiento o interés simple de USD 220 al término de 240 días.
 - Una empresa realiza una inversión de USD 9 800 por el cual, después de 14 meses y 5 días, recibirá un monto simple de USD 10 500. Determine: ¿a qué tasa de interés nominal anual simple se pactó dicha inversión?
 - ¿En cuánto tiempo se dispondrá de un valor futuro total de USD 30 000 si se invierte hoy en un banco de la localidad una suma de USD 29 000; con un rendimiento simple o tasa del 8 % anual simple?
 - ¿En qué tiempo un capital de USD 50 000 genera un interés simple de USD 2200 si dicha inversión se calculó al 6 % de interés anual? Exprese el resultado tanto en días, como en meses.
 - El 28 de junio de este año, un cliente decide hacer una inversión en el Banco Solidario, por un valor de USD 9 000, que se aspira que genere un interés simple de USD 162, a una tasa del 4 % anual simple. Calcule la fecha de pago en que vencerá esta inversión. Utilice los criterios Isote.

15. ¿Determine qué forma de calcular el tiempo, exacto u ordinario o comercial, produce una mayor cantidad de intereses?
16. Una persona adquiere un electrodoméstico que cuesta USD 1 500 el 14 de agosto y la cancela el 26 de noviembre por USD 1 652. ¿Qué tasa de interés simple anual exacto pagó?
17. En qué tiempo un capital de USD 9 000 ganará un interés simple de USD 1575 si son invertidos al 6 % anual simple.
18. La empresa Dany realiza una operación de inversión por un valor de capital de USD 55 000, por el cual después de ocho meses y 20 días recibirá un rendimiento futuro de USD 1 213,33. Determine: ¿a qué tasa de interés anual nominal simple recibió dicha operación? Realice por ambos métodos, analice e intérprete las respuestas.
19. La empresa Gama S. A. realiza una operación de inversión, por un valor de capital de USD 40 000 por el cuál después de ocho meses recibirá un rendimiento futuro de USD 1 800. Determine: ¿a qué tasa de interés nominal anual simple recibió dicha operación?
20. En qué tiempo un capital de USD 40 975 ganará un interés de USD 3 707 al 1,70 % mensual. Expresé la respuesta en a) años, b) tiempo en días, c) tiempo en meses, y c) en días.
21. Calcule el monto simple de un capital de USD 50 000 sometido al 0,52 % de interés simple mensual durante 360 días.
22. Usted dispone de una capital de USD 65 000 y decide invertir en el Banco Procredit durante un tiempo de 30 días al 7 % de interés anual. Determine: ¿cuánto recibirá mensualmente si decide no retirar ese capital durante un año? Argumente las respuestas encontradas.
23. ¿Cuál es el valor actual de un pagaré por un monto de USD 50 000 que vence el 15 de diciembre si se considera un interés del 16 % anual simple y la fecha de suscripción fue el 18 de mayo del mismo año?
24. Una persona puede adquirir un bien pagando hoy USD 55 000 al contado o USD 56 000 dentro de 240 días. Si esa persona dispone del dinero en efectivo e investiga que el banco reconoce 7 % anual simple. ¿Determine si a la alternativa de pago al contado o crédito le es más ventajosa para esa persona?

25. Hallar el descuento racional que sufre una letra de cambio cuyo valor de capital asciende a USD 120 000 cuya fecha de suscripción fue el 18 de agosto y su vencimiento el 28 de febrero del siguiente año, a una tasa de interés del 12 % anual, si este documento es redescontado en la bolsa de valores el 9 de diciembre a una tasa de redescuento del 11 % anual. Calcule en términos monetarios y porcentajes. ¿Cuánto pierde o gana el vendedor del documento?
26. Hallar el descuento bancario que sufre una letra de cambio cuyo monto es de \$90 000 cuya fecha de suscripción fue el 18 de agosto y su vencimiento el 28 de febrero del siguiente año, a una tasa de interés del 12 % anual, si este documento es cedido/ vendido o redescontado en la bolsa de valores el 9 de diciembre a una tasa de redescuento del 14 % anual. Calcule en términos monetarios y porcentajes. ¿Cuánto pierde o gana el vendedor del documento?
27. Hallar el descuento racional y bancario que sufre una letra de cambio cuyo valor de vencimiento es de USD 40 000 a un año de plazo, a una tasa de interés del 10 % anual. Este documento es cedido al banco 150 días antes de la fecha de su vencimiento. Se pide: descuento racional, descuento bancario. ¿Cuál de los dos métodos favorecería a la empresa y cual al banco que adquiera la letra se cambió?
28. La empresa La Ganga registra las siguientes obligaciones o deudas, con una tasa de interés que asciende al 14 % anual. Ms1 = USD 10 000 a 60 días plazo; Ms2 = USD 12 000 a 120 días plazo, Ms3 = USD 14 000 a 180 días plazo, Ms4 = USD 16 000 a 240 días plazo. Se desea reemplazar estas obligaciones por un solo pago a los 150 días, considerando una tasa de interés del 12 % anual. Calcular el valor del pago único.
29. Los movimientos de una cuenta de ahorro de un cliente en una cooperativa fueron:

Saldo apertura registrado el 14 de febrero	USD 1 450
Retiro el 27 de febrero	USD 150
Depósito el 31 de marzo	USD 400
Retiro el 15 de abril	USD 800
Retiro el 30 de abril	USD 100

Si la cooperativa paga un 5 % anual de interés, ¿qué cantidad recibirá el ahorrista 15 de mayo para saldar la cuota?

Competencias a formar en los estudiantes

Tabla 2.15 Competencias que se deben formar en los estudiantes

COMPETENCIAS	AUTOVERIFICACIÓN
ACTITUDES Y VALORES	Absoluto respeto a las personas y a las normas.
	Esfuerzo interés y dedicación en los trabajos dentro y fuera del aula.
	Rigor, exactitud, profesionalismo.
HABILIDADES INSTRUMENTALES	Resolución de problemas.
	Capacidad de organizar y planificar.
	Conocimientos básicos de la profesión.
INTERPERSONALES	Toma de decisiones
	Trabajo en equipo.
	Capacidad de trabajar en un equipo interdisciplinar.
	Compromiso ético.
SISTÉMICAS	Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica.
	Capacidad de aprender.
	Capacidad para adaptarse a nuevas situaciones.
	Capacidad para generar nuevas ideas (creatividad).
	Habilidad para trabajar de forma autónoma.
	Preocupación por la calidad.

CAPÍTULO III. INTERÉS Y MONTO COMPUESTO

Tus aspiraciones son tus posibilidades.

SAMUEL JOHNSON

Objetivo

Valorar las características esenciales del método para aplicar el interés compuesto, tasas efectivas, valor actual, descuentos, ecuaciones de valor, tasas reales en situaciones problemáticas en un marco de eficiencia y efectividad.

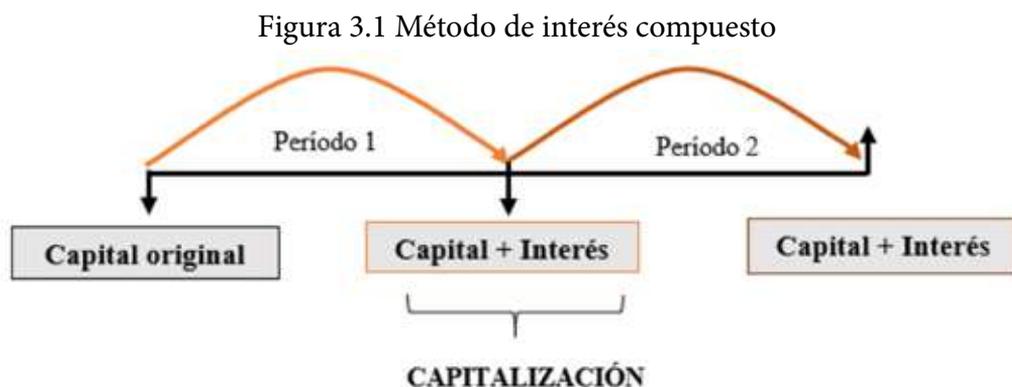
Logros de aprendizaje

El lector estará en capacidad de:

- Explicar las características esenciales del interés compuesto para la determinación del interés y monto compuesto, tasas efectivas, tasas de interés y tiempo en diferentes situaciones.
- Aplicar la metodología de valor actual compuesto, descuentos, ecuaciones de valor, con las fórmulas asociadas a dichos métodos en problemas.

3.1 MÉTODO DE INTERÉS COMPUESTO

El método de interés compuesto es una poderosa herramienta en el análisis y evaluación del movimiento del efectivo, para tal efecto, se utiliza la capitalización compuesta, donde permite adicionar al capital el interés, más de una vez, en un período de tiempo regular y sucesivo.



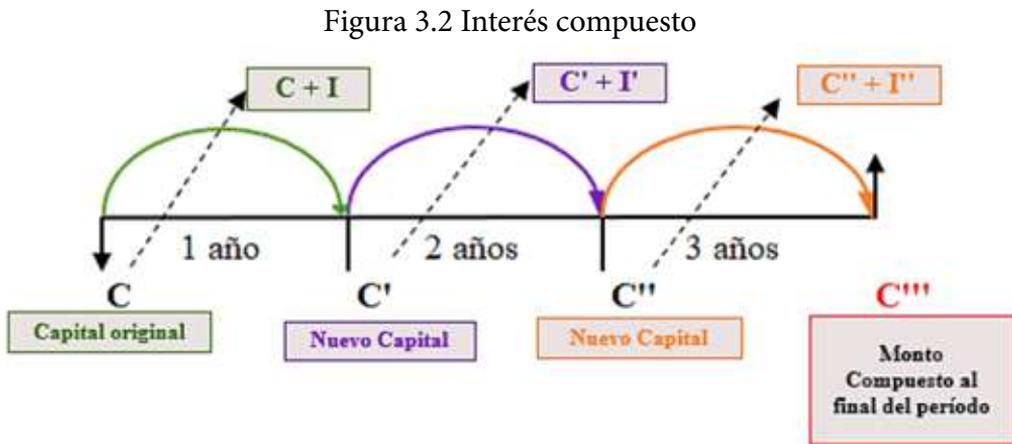
3.2 INTERÉS COMPUESTO

El uso del dinero ocasiona un costo que hay que pagar. Según Meza (2013), el interés compuesto (llamado también interés sobre interés), es aquel que al final del período capitaliza los intereses causados en el período inmediatamente anterior. Para Nieves (2018), es un sistema que capitaliza los intereses; por lo tanto, hace que el valor que se paga por intereses se incrementen mes a mes.

En el interés compuesto, el capital cambia al final de cada período, debido a que los intereses se adicionan al capital para formar un nuevo capital sobre el cual se calculan los intereses.

Al hablar de capitalización, se puede entender que la institución financiera entrega al inversionista, por efecto del costo del dinero, el capital más una cantidad adicional al concluir la operación. Como el interés se adiciona al capital

cada período, este importe se incrementará a lo largo de la transacción financiera, como se puede observar en la figura 3.2 sobre la capitalización compuesta.



La capitalización compuesta de los intereses se establece dependiendo del intervalo de tiempo, pudiendo ser diario, mensual, trimestral, semestral, anual, entre otros, siempre enmarcados en el plazo de la operación financiera, y bajo las políticas dispuestas por las instituciones financieras para este efecto. El interés por vencer es reconocido al final de cada período y, al no ser retirado, se adiciona al capital. Todo estará en concordancia a los períodos establecidos o pactados previamente. Si fuese anual, constará una capitalización anual; en el caso de sumarse el interés al capital cada tres meses, llámese capitalización trimestral y así sucesivamente.

La tasa de interés y el tiempo serán expresados en una misma unidad de tiempo, es decir; si se capitaliza en forma trimestral, entonces el interés es compuesto cada trimestre.

Características

- a. El capital es variable para efectos de cálculo financiero; no permanece constante a través del tiempo establecido en la negociación financiera. El interés producido en el período acordado se suma al capital, generando, a su vez, un nuevo (monto) entiéndase capital, que servirá de base para el cálculo de los intereses y así sucesivamente.
- b. Inmovilización del capital inicial durante todo el tiempo o plazo establecido; sin embargo, será liquidado al finalizar dicho espacio intertemporal, devolviéndose el valor invertido en el punto cero.
- c. La suma de capital más interés (capitalización) se realiza varias veces en el plazo de la negociación financiera.
- d. Para hablar de compuesto, se requiere como mínimo de dos capitalizaciones.
- e. El monto crece por efecto del método matemático de cálculo (progresiones geométricas) en función del acuerdo de capitalización que se haya llegado; es decir, que se sume capital más el interés devengado, cada día, mes, trimestre, semestre o año;
- f. A mayor capitalización, mayores son los intereses; es decir el comportamiento está en función del factor de capitalización en pago único, $(1+i)^n$, como lo corrobora Meza (2013).

3.3 DEDUCCIÓN DE LA FÓRMULA DEL MONTO COMPUESTO

Para establecer una mejor comprensión de la composición de la fórmula del monto compuesto, se parte de la aplicación de las fórmulas del interés simple. De esta manera, se podrá contrastar los resultados con la finalidad de verificar el comportamiento de los intereses a través del método simple vs. el compuesto.

Ejercicio 3.1

Se tiene un capital de USD 2 000, que será sometido al sistema compuesto por un tiempo de seis años, bajo una tasa de interés del 5 % anual. Calcular el interés y el monto simple, así como el interés y el monto compuesto sobre la base de las fórmulas del interés simple. Para el caso del interés compuesto, se acuerda que la capitalización será anual, es decir el capital se sumará al interés al finalizar cada año.

Método simple

Datos

$$I_s = ?$$

$$M_s = ?$$

$$C = \text{USD } 2\,000$$

$$i = 5\% \text{ anual}$$

$$t = 6 \text{ años}$$

Determinación del interés simple

$$I_s = C * i * t$$

$$I_s = \text{USD } 2000 * 0,05 \text{ anual} * 6 \text{ años}$$

$$I_s = \text{USD } 600$$

Cálculo del monto simple

$$M_s = C[1 + (i * t)]$$

$$M_s = \text{USD } 2000[1 + (0,05 * 6)]$$

$$M_s = \text{USD } 2600$$

Método compuesto

Datos

$$Is = ?$$

$$Ms = ?$$

$$C = \text{USD } 2000$$

$$i = 5 \% \text{ anual}$$

$$n = 6 \text{ años}$$

$$m = 1 \text{ (período de capitalización de intereses en el año)}$$

Proceso de cálculo año por año

Los siguientes cálculos presentarán el comportamiento año por año como los intereses se van capitalizando hasta el último período.

Año 1

$$Is = C * i * t$$
$$Is = \text{USD } 2000 * 0,05 \text{ anual}$$
$$* 1 \text{ año}$$
$$Is = \text{USD } 100$$

$$Ms = C[1 + (i * t)]$$
$$Ms = \text{USD } 2000[1 + (0,05 * 1)]$$
$$Ms = \text{UD } 2100$$

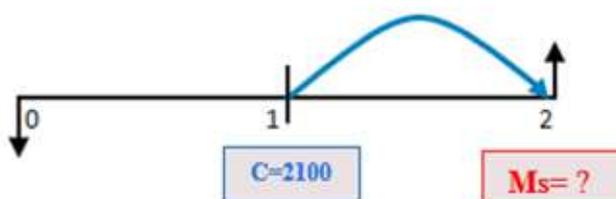
$$Ms = C + Is$$

$$Ms = \text{USD } 2000 + \text{USD } 100$$
$$Ms = \text{USD } 2100$$

Año 2

El monto simple del año 1 corresponderá el nuevo capital del segundo año y servirá de base para el cálculo de los intereses correspondientes; es decir una vez que el capital se fusiona con el interés, significa que se ha capitalizado en USD 2100.

Figura 3.3: Monto compuesto



$I_s = C * i * t$		M_s
	I_s	$= C[1$
	$= USD\ 2100$	$+ (i * t)]$
	$* 0,05\ anual$	M_s
	$* 1\ año$	$= USD\ 2100[1$
$I_s = USD\ 105$		$+ (0,05 * 1)]$
segundo año	El interés simple luego del	$M_s =$
		USD 2205
		<hr style="width: 20%; margin: auto;"/>
		M_s
		$= C + I_s$
		M_s
		$= USD\ 2100$
		$+ 105$
		M_s
		$= USD\ 2205$

Año 3

El valor de USD 2 205 correspondiente al monto del año 2, corresponde al valor que será capitalizado en el año 3.

$$Is = C * i * t$$

$$Is = USD\ 2205 * 0,05\ \text{anual} \\ * 1\ \text{año}$$

$$Is = USD\ 110,25$$

El interés simple luego del tercer año

$$Ms = C[1 + (i * t)]$$

$$Ms = USD\ 2205[1 + (0,05 * 1)]$$

$$Ms = USD\ 2315,25$$

$$Ms = C + Is$$

$$Ms = USD\ 2205 + 110,25$$

$$Ms = USD\ 2135,25$$

Año 4

El nuevo capital para el año 4 será de USD 2 315,25 valor que está siendo capitalizado hace tres períodos atrás del capital original establecido en los datos.

$$Is = C * i * t$$

$$Is = USD\ 2\ 315,25 * 0,05\ \text{anual} \\ * 1\ \text{año}$$

$$Is = USD\ 115,76$$

El interés simple luego del cuarto año

$$Ms = C[1 + (i * t)]$$

$$Ms = USD\ 2315,25[1 \\ + (0,05 * 1)]$$

$$Ms = USD\ 2431,01$$

$$Ms = C + Is$$

$$Ms = USD\ 2315,25 + USD\ 115,76$$

$$Ms = USD\ 2431,01$$

Año 5

$$Is = C * i * t$$

$$Is = USD 2431,01 * 0,05 \text{ anual} \\ * 1 \text{ año}$$

$$Is = USD 121,55$$

El interés simple luego del quinto año

$$Ms = C[1 + (i * t)]$$

$$Ms = USD 2431,01[1 \\ + (0,05 * 1)]$$

$$Ms = USD 2552,56$$

$$Ms = C + Is$$

$$Ms = USD 2431,01 + USD 121$$

$$Ms = USD 2552,56$$

Año 6

Finalmente, de acuerdo con los datos originales del ejercicio planteado, el número de períodos establecidos es de 6 años, capitalizados cada año.

$$Is = C * i * t$$

$$Is = USD 2552,56 * 0,05 \text{ anual} \\ * 1 \text{ año}$$

$$Is = USD 127,63$$

El interés simple luego del sexto año

$$Ms = C[1 + (i * t)]$$

$$Ms = USD 2552,56[1 \\ + (0,05 * 1)]$$

$$Ms = USD 2680,19$$

$$Ms = C + Is$$

$$Ms = USD 2552,56 + USD 127,63$$

$$Ms = USD 2680,19$$

Comparación entre los métodos simple y compuesto

Tabla 3.1 Cuadro comparativo entre método simple y método compuesto

INTERÉS SIMPLE				INTERÉS COMPUESTO			
Período	Capital USD	Interés USD	Monto simple acumulado USD	Capital USD	Interés USD	Monto compuesto acumulado	Mc – ms USD
1 año	2000,00	100,00	2100,00	2000,00	100,00	2100,00	0,00
2 año	2000,00	100,00	2200,00	2100,00	105,00	2205,00	5,00
3 año	2000,00	100,00	2300,00	2205,00	110,25	2315,25	15,25
4 año	2000,00	100,00	2400,00	2315,25	115,76	2431,01	31,01
5 año	2000,00	100,00	2500,00	2431,01	121,55	2552,56	52,56
6 año	2000,00	100,00	2600,00	2552,56	127,63	2680,19	80,19
TOTAL		600	-----		680,19	-----	

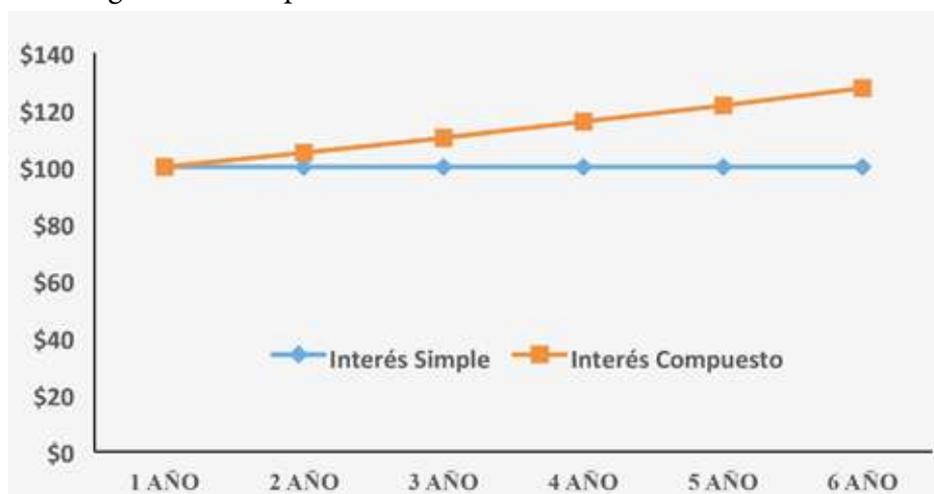
Como se puede apreciar en la tabla 3.1, en el método simple, el capital e interés permanecen constantes, siendo esta una de las principales características. La capitalización, si bien con fines demostrativos se suma cada año, en la práctica se capitaliza una sola vez al final del tiempo establecido y asciende a USD 2600; mientras que, en el método compuesto, el capital es variable con fines de cálculo y permite que el interés sea variable creciente considerándose una característica distintiva de este método. El capital más interés se suma período a período formando capitalizaciones periódicas y sucesivas que generan una mayor cantidad de interés, como en este caso, cuyo monto asciende a USD 2680,19. Si comparamos ambos métodos, el método compuesto generará más intereses por efecto de los procesos de capitalización en relación con el método simple.

En el caso ecuatoriano, el método compuesto se dejó de aplicar en operaciones de ahorro y de inversión a partir de la implementación del sistema de dolarización. Por tanto, el método más utilizado es el interés simple. Eventualmente, algunas instituciones financieras especialmente las cooperativas, con fines publicitarios y para captar más clientes, ofrecen procesos de capitalización diaria, basados en el método compuesto. Resulta muy claro que, al comparar el método

simple versus el compuesto, este último resulta favorable para expectativas de los ahorristas e inversionistas.

A continuación, en la figura 3.4, se muestra el comportamiento de los intereses anuales de los métodos simple y compuesto.

Figura 3.4 Comportamiento intereses anuales no acumulados



Se puede visualizar con claridad el comportamiento de los intereses simples que son constantes a través del tiempo versus el método de interés compuesto que tiene una pendiente positiva creciente y que está en función del tiempo; a más tiempo, mayor cantidad de intereses se podrá generar comparativamente con el interés simple. En el corto plazo, las diferencias entre ambos métodos podrían no ser muy importantes, pero en el largo plazo el método compuesto, pasa de una curva geométrica a una hipergeométrica y será muy notoria la diferencia entre los rendimientos de ambos métodos.

3.4 LEY DE FORMACIÓN DEL MONTO COMPUESTO

Sobre la base del comportamiento del método simple, se puede formalizar una expresión matemática establecida y abreviada para generar un resultado directo a través del monto compuesto:

Tabla 3.2 Ley de formación del monto compuesto

PERÍODO	MONTO COMPUESTO	EQUIVALENTE
1 año	$C + (C*i)$	$C (1+i)$
2 año	$C (1+i) + C (1+i) * i$	$C (1+i)^2$
3 año	$C (1+i)^2 + C (1+i)^2 * i$	$C (1+i)^3$
4 año	$C (1+i)^3 + C (1+i)^3 * i$	$C (1+i)^4$
n año	$C (1+i)^{n-1} + C (1+i)^{n-1} * i = C (1+i)^n$	$C (1+i)^n$

Se asume que el interés simple es igual a $I_s = C * t * i$, en donde t en el interés compuesto fue igual a 1 período de capitalización anual; a la vez se asume que $t = 1$; por tanto la fórmula del interés se reduce a $I = C * i$.

Vinculado a la composición y comportamiento de la fórmula de monto simple se desprende la fórmula del monto compuesto así:

$$Mc = C(1+i)^n \quad [37]$$

La expresión indica que es equivalente un capital C en el día de hoy a un valor a futuro M dentro de n períodos a una tasa de interés i. Esta fórmula se refiere a períodos enteros de capitalización establecidos en un tiempo determinado.

Donde:

Mc = monto compuesto, el resultado esperado luego de haberse capitalizado el capital conforme a los períodos.

C = capital; cantidad de dinero que interviene en operación de ahorro e inversiones.

i = tasa de interés periódica o efectiva a la que será sometido el capital, equivale a j/m ; donde j es la tasa nominal anual y m el número de capitalizaciones en el marco de un año.

n = período de tiempo establecido para capitalizarse; equivale a $m \cdot t$.

3.5 CÁLCULO DE PERÍODOS FRACCIONARIOS DE CAPITALIZACIÓN

En ciertos casos, el tiempo de las operaciones financieras no coincide con el período de capitalización. Por ejemplo, el tiempo es tres años y nueve meses; sin embargo, la capitalización requerida es semestral por lo que es necesario convertir a un tiempo equivalente:

$$t = 3 \text{ años, } 9 \text{ meses}$$

$$t_{\text{años}} = 3 \text{ años} + \frac{9 \text{ meses}}{12 \text{ meses}}$$

$$t_{\text{años}} = 3,75 \text{ años}$$

Una vez realizado esa conversión del tiempo, se puede aplicar la siguiente fórmula:

$$Mc = C \left(1 + \frac{j}{m} \right)^{m \cdot t} \quad [38]$$

Donde:

M_c = monto compuesto, valor acumulado de dinero por efecto de las capitalizaciones

C = capital

j = tasa nominal anual establecida en el contrato o acuerdo de ahorro o inversión.

n = $m \cdot t$. período de tiempo

t = tiempo, es el espacio de tiempo convenido en la negociación financiera. Se sugiere expresar el tiempo en años.

m = número de períodos de capitalización existente en un año:

Fracciones de capitalización:

Capitalización anual $m = 1$; período de capitalización anual en 1 año

Capitalización semestral $m = 2$; dos semestres en 1 año

Capitalización trimestral $m = 4$; cuatro trimestres en 1 año

Capitalización mensual $m = 12$; doce meses en 1 año

Capitalización es diaria $m = 360$; período de capitalización diarios en 1 año

Ejercicio 3.2

Determinar el monto e interés compuestos de un capital de USD 40 000, invertido a cuatro años, con una tasa de interés nominal del 18 % anual, capitalizable semestralmente:

Datos

$M_c = ?$

$C = \text{USD } 40000$

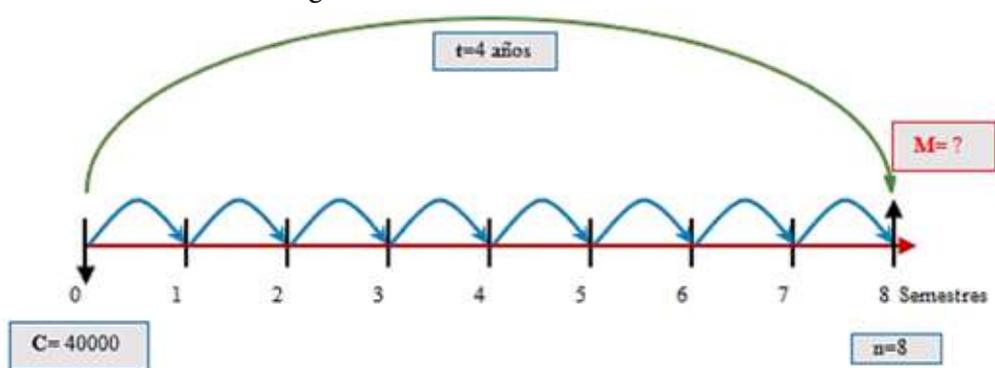
$t = 4$ años

$j = 18\%$ anual

$m = 2$ períodos de capitalización existentes en un año.

Gráfica de valor

Figura 3.5: Períodos fraccionarios



Planteamiento de la fórmula

Se considera la fórmula de monto compuesto para período de tiempo fraccionario [38], por establecerse una capitalización semestral.

$$Mc = C \left(1 + \frac{j}{m} \right)^{m \cdot t}$$

$$Mc = USD 40\ 000 \left(1 + \frac{0,18}{2} \right)^{2 \cdot 4}$$

$$Mc = USD 79\ 702,51$$

Al invertir cuatro años un capital de USD 40 000 a una tasa de interés nominal anual del 18 %, con capitalizaciones semestralmente. El monto compuesto asciende a: USD 79 702,51 y el interés compuesto estará definido por la diferencia entre el monto real obtenido al año 4 y el capital invertido en el período 0, para este ejemplo presenta un valor de: USD 39 702,51.

Ejercicio 3.3

Un inversionista desea conocer el monto compuesto de un capital de USD 35 000, durante 4,5 años, si la tasa de interés es del 10 % anual capitalizable en las siguientes opciones:

- a) Anualmente
- b) Semestralmente
- c) Trimestralmente
- d) Mensualmente
- e) Diariamente

Datos

$M_c = ?$

$C = \text{USD } 35\,000$

$t = 4,5 \text{ años}$

$j = 10 \% \text{ nominal anual}$

$n = 4,5 * 1 \text{ equivalente a } 4,5 \text{ capitalizaciones}$

Opción a): Capitalización anual (fórmula de aplicación para período entero)

$$Mc = C(1 + i)^n$$

$$Mc = USD 35 000 (1 + 0,10)^{4,5}$$

$$Mc = USD 53 744,64$$

Opción b): Capitalización semestral

$$Mc = USD 35 000 \left(1 + \frac{0,10}{2}\right)^{2 \cdot 4,5}$$

$$Mc = USD 54 296,49$$

Opción c): Capitalización trimestral

$$Mc = USD 35 000 \left(1 + \frac{0,10}{4}\right)^{4 \cdot 4,5}$$

$$Mc = USD 54 588,06$$

Opción d): Capitalización mensual

$$Mc = USD 35 000 \left(1 + \frac{0,10}{12}\right)^{12 \cdot 4,5}$$

$$Mc = USD 54 788,67$$

Opción e): Capitalización diaria. (Se utilizará año comercial)

$$Mc = USD 35 000 \left(1 + \frac{0,10}{360}\right)^{360 \cdot 4,5}$$

$$Mc = USD 54 887,50$$

Al analizar las distintas opciones presentadas conforme al número de capitalizaciones solicitadas en el ejercicio, se puede concluir que a mayor número de capitalizaciones m , mayor será el valor del monto a generarse al final de la operación. Es decir, se presenta un mayor incremento la capitalización diaria (360 días), en relación con la capitalización semestral (dos veces al año).

Ejercicio 3.4

Determinar el monto compuesto de USD 10 000 a seis años y cinco meses plazo, a una tasa de interés nominal anual del 5 %, capitalizable trimestralmente.

Datos

$$M_C = ?$$

$$C = \text{USD } 10\,000$$

$$j = 5 \text{ anual}; 0,05 \text{ anual}$$

$$m = 4 \text{ (trimestres en 1 año)}$$

Establecimiento del tiempo

$t = 6 \text{ años y } 5 \text{ meses} \longrightarrow$ Conversión en años:

$$t_{\text{años}} = 6 \text{ años} + \frac{5 \text{ meses}}{12 \text{ meses}}$$

$$t_{\text{años}} = 6,416\,667$$

$$t = 6,416\,667 \text{ años}$$

$n = 6,416\ 667^* 4$ capitalizaciones en un año

$n = 25,666\ 667$ períodos trimestrales de capitalización.

Desarrollo de la operación financiera:

$$Mc = C(1 + i)^n$$

$$Mc = \$10\ 000 \left(1 + \frac{0,05}{4}\right)^{25,666\ 667}$$

$$Mc = \$13\ 755,38$$

3.6 FÓRMULAS DERIVADAS DEL MONTO COMPUESTO

Tabla 3.3 Fórmulas monto compuesto

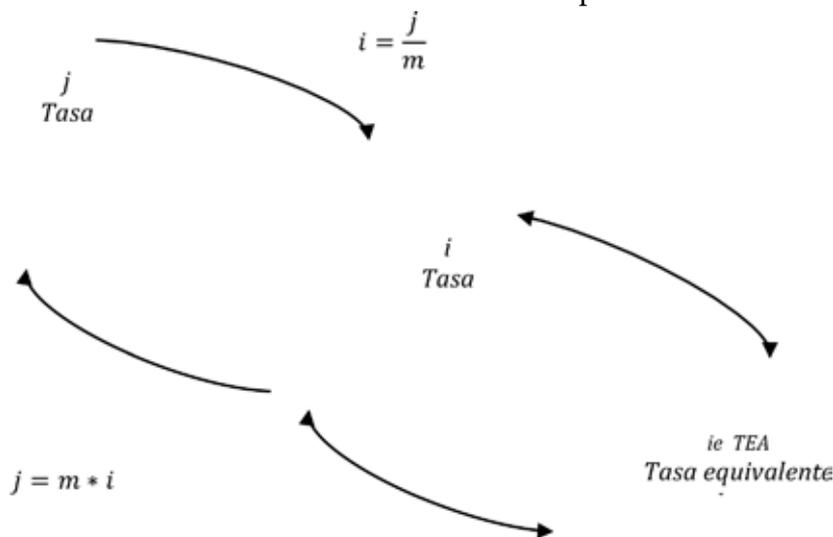
Variable	Simbología	Monto compuesto $Mc = C(1 + i)^n$ Despeje de las variables incógnita
Tiempo	n	$n = \frac{\log\left(\frac{Mc}{C}\right)}{\log(1 + i)} \quad [39]$
Tasa de interés	i	$i = \left(\sqrt[n]{\frac{Mc}{C}} - 1\right) * 100 \quad [40]$ $i = \left(\frac{Mc}{C} - 1\right)^{\frac{1}{n}} * 100 \quad [41]$
Valor actual	C	$C = \frac{Mc}{(1 + i)^n} \quad [42]$

3.7 TASA EFECTIVA DE INTERÉS REAL O EQUIVALENTE

En el sistema compuesto, se presentan tres tipos de tasas de interés: (*j*) conocida como **nominal**, es el porcentaje de rendimiento aparente, que surge al momento de suscribir una operación financiera conocida también como de contrato y aplica para todo el año. (*i*). La tasa efectiva, periódica o de cálculo, determinada como la efectivamente ganada, que no hace más que transformar la tasa anual a los períodos de capitalización de la operación, se establece su forma de conversión como: (*j / m*), es decir actúa directamente en un período.

Finalmente, la tasa efectiva real o equivalente (*ie* o **TEA**). Para García (2000), dos tasas de interés son equivalentes cuando ambas, obrando en condiciones diferentes, producen la misma tasa efectiva anual o el mismo valor futuro, basado en la definición se puede establecer como una tasa que indica cual es la rentabilidad de una inversión o el costo de un crédito, cuando se usa el método de interés compuesto.

Tabla 3.3 Fórmulas monto compuesto



$$(1 + i) = (1 + \frac{j}{m})^m \quad [43]$$

Demostración práctica

Ejercicio 3.5

Determine el monto compuesto, interés compuesto y la rentabilidad del ejercicio (tasa efectiva) para conocimiento de un cliente del Banco del Pichincha, que invierte USD 4 000 durante un año, a una tasa de interés del 7 % anual, capitalizable:

- a) Diariamente
- b) Mensualmente

Datos

$$M_c = ?$$

$$I_c = ?$$

$$\text{Rentabilidad} = ?$$

$$C = \text{USD } 4\,000$$

$$j = 7\% \text{ anual}$$

$$j = 0,07 \text{ anual}$$

$$t = 1 \text{ año}$$

$$m = \longrightarrow m = 360 \quad \text{Opción a)}$$

$$m = 12 \quad \text{Opción b)}$$

Resolución del ejercicio

Opción a)

$$Mc = C(1 + i)^n$$

$$Mc = USD\ 4000 \left(1 + \frac{0,07}{360}\right)^{1 \cdot 360}$$

$$Mc = USD\ 4290$$

Interés compuesto

Rentabilidad

$$Ic = Mc - C$$

$$R = \frac{Ic}{C} * 100\%$$

$$Ic = USD\ 4290 - 4000$$

$$R = (290 / 4\ 000) * 100\%$$

$$Ic = USD\ 290$$

$$R =$$

$$7,25\ \% \text{ anual con capitalización diaria}$$

Análisis de la tasa de interés

Al negociar la tasa nominal anual ($j=7\ \% \text{ anual}$), con capitalizaciones diarias se ha obtenido una tasa de rentabilidad del ($ie= 7,25\ \% \text{ anual}$), tasa que de ahora en adelante se denominará efectiva real o equivalente.

Aplicación basada desde la ecuación de equivalencia de la tasa efectiva

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{0,07}{360}\right)^{360}$$

$$(1 + i) = 1,0725$$

$$i = 1,0725 - 1$$

$i = 7,25 \%$ Tasa de interés anual con capitalización diaria

Opción b)

$$Mc = C(1 + i)^n$$

$$Mc = USD 4000 \left(1 + \frac{0,07}{12}\right)^{1*12}$$

$$Mc = USD 4289,16$$

Interés compuesto:

$$Ic = Mc - C$$

$$Ic = USD 4289,16 - 4 000$$

$$Ic = USD 289,16$$

Rentabilidad:

$$R = \frac{Ic}{C} * 100 \%$$

$$R = \left(289, \frac{16}{4} 000\right) * 100 \%$$

$$R =$$

7,229 % anual con capitalización mensual

Aplicación basada desde la ecuación de equivalencia de la tasa efectiva

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{0,07}{12}\right)^{12}$$

$$(1 + i) = 1,072$$

$$i = 1,072 - 1$$

$$i = 7,229 \% \text{ tasa de interés anual con capitalización mensual}$$

Como se demuestra, la rentabilidad calculada a partir de la fórmula del monto e interés compuesto será la misma al aplicarse en la fórmula de equivalencia de la tasa efectiva [43]. Sin embargo, el ejercicio fue desarrollado en un período de un año para observar su desarrollo, pero lo óptimo será aplicar a través de la ecuación de equivalencia.

Ejercicio 3.6

Encontrar a qué tasa efectiva de interés equivale a una tasa nominal del 16 % anual capitalizable trimestralmente.

Datos

$$ie = ?$$

$$j = 16 \%$$

$$m = 4$$

Equivalencia de tasa

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{0,16}{4}\right)^4$$

$$(1 + i) = (1,045)^4$$

$$i = 1,16985 - 1$$

$$i = 1,16985 - 1$$

$$i = 16,985\%$$

Ejercicio 3.7

¿A qué tasa de interés nominal capitalizable trimestralmente es equivalente una tasa efectiva del 16,985856 %?

Datos

$$j = ?$$

$$i = 16,985856\%$$

$$m = 4$$

Ecuación de equivalencia

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

$$(1 + 16,985856) = \left(1 + \frac{j}{4}\right)^4$$

$$(1,16985856) = \left(1 + \frac{j}{4}\right)^4$$

Para encontrar la respuesta pueden emplearse dos métodos: exponentes o radicales y logaritmos.

$$\log(1,16985856) = 4 \log \left(1 + \frac{j}{4} \right)$$

$$\frac{0,068133357}{4} = \log \left(1 + \frac{j}{4} \right)$$

$$0,017033339 = \log \left(1 + \frac{j}{4} \right)$$

Antilogaritmo para los dos lados de la ecuación:

$$1,04 = 1 + \frac{j}{4}$$

$$1,04 - 1 = \frac{j}{4}$$

$$j = 0,04 * 4$$

$$j = 0,16$$

j = 16 % anual, con capitalización trimestral

Ejercicio 3.8

Hallar una tasa efectiva de interés para 35 días equivalente a una tasa de interés nominal anual del 23 %.

Datos

$$i = ?$$

$$t = 35 \text{ días}$$

$$j = 23 \% \text{ anual}$$

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$
$$i_e = \left(1 + \frac{0,23}{360}\right)^{360} - 1$$

$i_e = 25,850758 \%$ tasa efectiva con capitalización diaria

Cálculo de la tasa efectiva para los 35 días

$$i_e = \left(1 + 0,258507\right)^{\frac{1}{360}} - 1$$

$$i_e = 0,000638 * 35 \text{ días}$$

$$i_e = 2,236111 \%$$
 tasa efectiva para 35 días

3.8 TASA DE INTERÉS DEL MONTO COMPUESTO

Para determinar la tasa periódica (i) y por intermedio de ello la tasa nominal (j), se procederá a despejar la tasa periódica de la fórmula general del monto compuesto [37], ayudándose de exponentes o radicales:

$$Mc = C(1 + i)^n$$

Despejado i :

$$\frac{Mc}{C} = (1 + i)^n$$

$$\sqrt[n]{\frac{Mc}{C}} = \sqrt[n]{(1 + i)^n}$$

$$\sqrt[n]{\frac{Mc}{C}} = 1 + i$$

$$i = \left(\sqrt[n]{\frac{Mc}{C}} - 1 \right) * 100$$

Si a (i) se multiplica por la frecuencia de capitalización (m), se obtiene la tasa nominal (j), de la transacción, $j = i \times m$.

Ejercicio 3.9

Determine: ¿a cuánto asciende la tasa nominal anual de un capital de USD 20 000 que se convertirá en un monto de USD 35 000, en un tiempo de cuatro años si la capitalización es semestral?

Datos

$j = ?$

$C = \text{USD } 20\,000$

$Mc = \text{USD } 35\,000$

$t = 4$ años

$m = 2$ (períodos semestrales de capitalización en 1 año)

$$i = \left(\sqrt[n]{\frac{Mc}{C}} - 1 \right) * 100$$

$$i = \left(\sqrt[8]{\frac{\text{USD } 35\,000}{\text{USD } 20\,000}} - 1 \right) * 100$$

$i = 7,245667\%$ tasa efectiva

$j = 14,491334\%$ tasa nominal anual

3.9 TIEMPO DEL MONTO COMPUESTO

Para el inversionista o ahorrista, es indispensable conocer todos los factores de cálculo para una correcta toma de decisiones. Dentro de ello es primordial determinar el tiempo por el cual estará sometida la operación.

Por esto, se deberá despejar n de la fórmula general del monto compuesto; dado que n es exponente, deberá aplicarse las propiedades de los logaritmos expuestos en el capítulo I de este libro.

Fórmula de monto compuesto [37]

$$Mc = C(1 + i)^n$$

Despejando

$$\frac{Mc}{C} = (1 + i)^n$$

Aplicación de logaritmos

$$\frac{Mc}{C} = (1 + i)^n$$

$$\log\left(\frac{Mc}{C}\right) = n \log(1 + i)$$

Fórmula para aplicarse [39]

$$n = \frac{\log\left(\frac{Mc}{C}\right)}{\log(1 + i)}$$

Al obtenerse el número de capitalizaciones n , se puede hallar el tiempo de la operación, aplicando la expresión resultante del despeje de $n = m * t$

Ejercicio 3.10

Bajo una tasa de interés del 6,35 % efectivo, con capitalización semestral, un capital de USD 17 000 se convertirá en USD 24 500. ¿En qué tiempo expresado en años meses y días se logrará esta meta?

Datos

$$t = ?$$

$$C = \text{USD } 17\,000$$

$$Mc = \text{USD } 24\,500$$

$$i = 6,35 \% \text{ semestral } 0,0635$$

$$m = 2 \text{ (períodos semestrales de capitalización en 1 año)}$$

$$n = \frac{\log\left(\frac{Mc}{C}\right)}{\log(1 + i)}$$
$$n = \frac{\log\left(\frac{24\,500}{17\,000}\right)}{\log(1 + 0,0635)}$$
$$n = 5,936\,127$$

Determinación del tiempo

$$n = m * t$$

$$t = \frac{n}{m}$$

$$t = \frac{5,936\,127}{2}$$

$$t = 2,968 \text{ años}$$

$$t = 2 \text{ años, } 11 \text{ meses, } 18 \text{ días}$$

Análisis: para obtener USD 24 500, con el 6,35 % de interés efectivo, capitalizable semestralmente, partiendo de un capital inicial de USD 17 000, se logrará en un tiempo de 2 años, 11 meses y 18 días.

Ejercicio 3.11

En qué tiempo, expresado en años, meses y días, un capital de USD 16 000 se convertirá en USD 30 000 a una tasa de interés del 6,40 % anual capitalizable cuatrimestralmente?

Datos

$t = ?$ años, meses y días

$C = \text{USD } 16\,000$

$M_c = \text{USD } 30\,000$

$i_e = 6,40\%$ anual $0,064$ anual

$m = 3$ (períodos cuatrimestres de capitalización en 1 año)

$$n = \frac{\log\left(\frac{M_c}{C}\right)}{\log(1 + i)}$$
$$n = \frac{\log\left(\frac{\text{USD } 30\,000,00}{\text{USD } 16\,000,00}\right)}{\log\left(1 + \frac{0,064}{3}\right)}$$

$$n = 29,77922 \text{ cuatrimestres}$$

Determinación del tiempo

$$n = m * t$$

$$t = \frac{n}{m} \quad [44]$$

$$t = \frac{29,77922}{3}$$

$$t = 9,9264$$

$$t = 9 \text{ años, } 11 \text{ meses, } 3 \text{ días}$$

Análisis: para convertir un valor de USD 16 000 en USD 30 000 a un interés compuesto del 6,4 % anual capitalizable cuatrimestralmente, se requerirá de un tiempo de 9 años, 11 meses y 3 días.

3.10 VALOR ACTUAL

Según Gutiérrez (2020), es el valor que tiene el día de hoy un monto que se recibirá o se pagará en un futuro. Generalmente, es utilizada con la finalidad de descontar una deuda y/o tomar decisiones dentro de varias alternativas de financiamiento. Por ejemplo, si se dispone de una suma futura que un inversionista debería cancelar, el valor actual permite definir cuánto se pagaría por ella hoy día, considerando una tasa de interés y períodos de capitalización previamente aplicada.

Valor actual es permitir traer valores de futuro al presente, de tal manera que se pueda determinar su capital inicial, tomando en cuenta los períodos de capitalización que bien podría llamarse en este caso períodos de actualización.

Fórmula de cálculo

$$Cva = Mc (1 + i)^{-n} \quad [45]$$

El valor actual, es la cantidad de capital, que a una tasa de interés i , será equivalente a otra cantidad futura al final de los períodos establecidos.

Ejercicio 3.12

Al finalizar los 5 años y 2,5 meses se obtendrán USD 70 000, considerando una tasa de interés de 13 % anual capitalizable mensualmente. ¿Cuál es el valor actual de la inversión?

Datos

$$Cva = ?$$

$$Mc = \text{USD } 70\,000$$

$$m = 12 \text{ (períodos mensuales de capitalización en 1 año)}$$

$$t = 5 \text{ años, } 2,5 \text{ meses} \approx 5,20833 \text{ años}$$

$$n = m \cdot t \approx 62,5, \text{ períodos mensuales de capitalización}$$

$$j = 13 \% \text{ anual; } 0,13 \text{ anual}$$

Primera forma de solución

Método matemático

$$Cva = \frac{Mc}{(1+i)^n}$$

$$Cva = \frac{USD\ 70\ 000}{\left(1 + \frac{0,13}{12}\right)^{12 \cdot 5,20833}}$$

$$Cva = 35\ 696,52$$

Segunda forma de solución

Método comercial

$$Cva = \frac{Mc}{(1+i)^n} * [1 + (n * i)] \quad [45]$$

n entero = 62 ; n decimal = 0,50

$$Cva = \frac{USD\ 70\ 000}{\left(1 + \frac{0,13}{12}\right)^{62}} * \left[1 + \left(0,50 * \frac{0,13}{12}\right)\right]$$

$$Cva = USD\ 36\ 083,75$$

El valor actual de la inversión puede resolverse con en un método matemático y/o comercial. El primero se aplica en la fórmula de capital valor actual, bajo el sistema de monto compuesto donde n considera períodos tanto enteros y fraccionarios; mientras tanto, de la forma comercial, se procede a aplicar en un factor únicamente los períodos enteros y en el otro se establece una expresión matemática que separa a los decimales.

Ejercicio 3.12

Una inversión con interés del 4 % anual capitalizable trimestralmente, permanece en el banco durante 24 meses y le permiten retirar al inversionista un valor futuro de USD 140 000. ¿Cuál fue la suma invertida?

Datos

$$Cva = ?$$

$$Mc = \text{USD } 140\,000$$

$$m = 4 \text{ (períodos trimestrales de capitalización en 1 año)}$$

$$t = 24 \text{ meses} \approx 2 \text{ años}$$

$$n = m \cdot t \approx 8 \text{ períodos trimestrales de capitalización}$$

$$j = 4 \% \text{ anual}$$

$$i = j/m \approx 0,01 \text{ trimestral}$$

Método matemático

$$Cva = \frac{Mc}{(1 + i)^n}$$

$$Cva = \frac{\text{USD } 140\,000}{\left(1 + \frac{0,04}{4}\right)^8}$$

$$Cva = \text{USD } 138\,613,86$$

3.11 DESCUENTO COMPUESTO

Según Boullosa, A. & Ríos, L. (2017), lo caracteriza por calcular el valor que tiene que pagar el acreedor por cobrar una deuda antes de su vencimiento. Suponga que se quiere adelantar un documento cuyo valor nominal es N , por n p -períodos con un intermediario financiero que cobra una tasa de descuento compuesta periódica. El descuento compuesto en el período $j + 1$ se cobra al principio del período $j + 1$ (en el momento j), pero se calcula sobre el efectivo al final del período.

Se entiende por descuento compuesto a la cantidad de dinero que recibirá el comprador de un papel fiduciario generado por la compraventa de papeles de renta fija o valores negociables generalmente endosables, antes de la fecha de vencimiento, para lo cual se toma en consideración la tasa de descuento que aparece en la negociación financiera que resulta de las condiciones del mercado y la calidad del papel fiduciario que está sujeto a un proceso de negociación.

En una operación de descuento compuesto, el punto de partida es un valor futuro conocido o monto compuesto cuyo vencimiento se quiere adelantar. Es importante conocer las condiciones en las que se quiere hacer esta anticipación como es el caso de la duración de la operación de la compraventa.

Para calcular el descuento compuesto, se utiliza los criterios de matemáticos relacionados con actualización o valor actual, valor presente a períodos de capitalización compuestos.

Matemáticamente existen dos tipos de descuentos, los mismos que pueden derivarse sus factores conforme la información disponible para el efecto.

Figura 3.7: Descuento compuesto

Descuento racional o matemático	Valor que recibirá el comprador	$D_{RC} = M_c - C_{va}$		
		$D_{RC} = M_c - M_c (1 + i)^{-n}$		
		$D_{RC} = M_c [1 - (1 + i)^{-n}]$	[46]	
		$C_{va} = M_c (1 + i)^{-n}$		
Descuento comercial o bursátil	Valor que recibirá el vendedor	$C_{vac} = \frac{M_c}{(1 + i)^n}$		
		Valor que recibirá el comprador	$D_{BC} = M_c - C_{VL}$	
			$D_{BC} = M_c - M_c (1 - d)^n$	
		$D_{BC} = M_c [1 - (1 - d)^n]$	[47]	
Valor que recibirá el vendedor	$C_{VL} = M_c (1 - d)^n$	[48]		

Ejercicio 3.13

¿Cuál es el descuento racional y bursátil compuesto de un documento que genera un monto de USD 9 000 luego de cuatro años y 180 días a una tasa del 14 % anual capitalizable semestralmente?

Si desea vender dicho documento cuando han transcurrido 24 meses.

Datos del documento original:

M_c : USD 9 000

$t_1 = 4,5$ años

$j = 14$ % anual

$m = 2$

$d = 0,07$ semestral

Datos de la posible venta del documento:

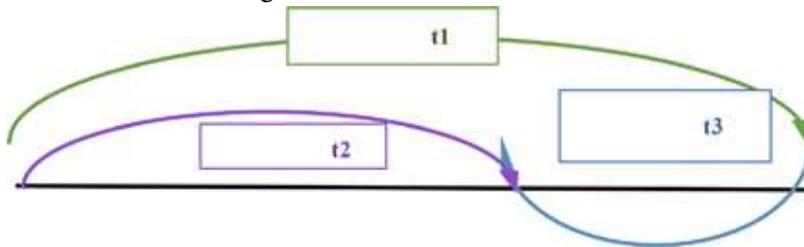
$$t_2 = 24 \text{ meses } \gg 2 \text{ años}$$

$$t_3 = 2,5 \text{ años } (t_1 - t_2)$$

$$n = 5$$

Gráfica de valor

Figura 3.8: Gráfica de valor



Descuento matemático

Vendedor

$$C_{va} = M_c (1 + i)^{-n}$$

$$C_{va} = 9000 \left(1 + \frac{0,14}{2}\right)^{-2,5 \cdot 2}$$

$$C_{va} = 6416,88$$

Comprador

$$D_{RC} = M_c$$

$$D_{RC} = 9000 \left[1 - \left(1 + \frac{0,14}{2}\right)^{-2,5 \cdot 2}\right]$$

$$D_{RC} = 2583,12$$

Descuento bancario

Vendedor

Comprador

$$C_{VL} = M_c (1 - d)^n$$

$$D_{BC} = M_c [1 - (1 - d)^n]$$

$$C_{VL} = 9000 \left(1 - \frac{0,14}{2}\right)^{2,5 \cdot 2}$$

$$D_{BC} = 9000 \left[1 - \left(1 - \frac{0,14}{2}\right)^{2,5 \cdot 2}\right]$$

$$C_{VL} = 6261,20$$

$$D_{BC} = 2738,80$$

Ejercicio 3.14

Cuál es el descuento compuesto de un documento que genera un monto de USD 20 000 luego de 10 años a una tasa del 15 % anual con capitalización trimestral. Si desea vender dicho documento tres años antes de la fecha de vencimiento.

Datos del documento original:

M_c : USD 20 000

t_1 : 10 años

j : 15 % anual

m : 4

d : 0,0375 trimestral

Datos de la posible venta del documento:

t_2 : 7 años

t_3 : 3 años ($t_1 - t_2$)

n : 12

Descuento matemático

Vendedor	Comprador
$C_{va} = M_c (1 + i)^{-n}$	D_{RC}
	$= M_c [1$
	$- (1 + i)^{-n}]$
$C_{va} = 20\,000 \left(1 + \frac{0,15}{4}\right)^{-3 \cdot 4}$	$D_{RC} = 20\,000 \left[1 - \left(1 + \frac{0,15}{4}\right)^{-3 \cdot 4}\right]$
$C_{va} = USD\ 12\,857,98$	$D_{RC} = USD\ 7142,02$

Descuento bancario

Vendedor	Comprador
$C_{VL} = M_c (1 - d)^n$	$D_{BC} = M_c [1 - (1 - d)^n]$
$C_{VL} = 20\,000 \left(1 - \frac{0,15}{4}\right)^{3 \cdot 4}$	$D_{BC} = 20\,000 \left[1 - \left(1 - \frac{0,15}{4}\right)^{3 \cdot 4}\right]$
$C_{VL} = USD\ 12\,642,67$	$D_{BC} = USD\ 7357,33$

Ecuaciones de valor equivalentes en el interés compuesto

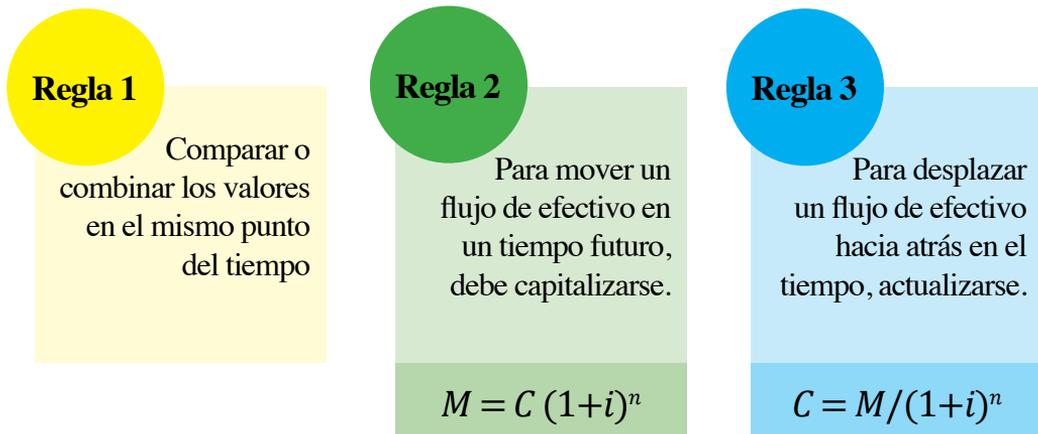
Como lo define Meza (2011), una ecuación de valor es una igualdad que se establece entre ingresos y egresos, ambos ubicados en una misma fecha llamada fecha focal; siendo una fecha elegida en forma arbitraria que se ubica en cualquier fecha dentro del flujo de caja.

En toda actividad de inversión o financiamiento es frecuente que, de común acuerdo con la contraparte, en un determinado momento, se proceda a renego-

ciar la deuda inicialmente contraída, a través de otro nuevo plan de pagos que permite establecer diferente condición o a su vez, adelantar pagos por situaciones de efectivo disponibles.

Las ecuaciones de valor son de gran utilidad cuando se desea valorar las decisiones financieras, comparando los flujos de efectivo presentados en un tiempo determinado. Es importante al momento de comparar o combinar dichos valores considerar calcularlos en un mismo tiempo. De acuerdo con Berk y Demarzo (2008), se presentan tres reglas de movimiento en el tiempo:

Figura 3.9 Reglas de movimiento de tiempo



Fuente: Berk y Demarzo, 2008

Pasos para resolver una ecuación de valor:

1. Construir la gráfica de valor que permitirá ubicarnos en el tiempo con la operación financiera inicial.
2. Establecer la fecha focal para desarrollar los cálculos necesarios en un mismo punto.
3. Trasladar los flujos de efectivo a la fecha focal, respetando las reglas 2 y 3 anteriormente citadas.

Ejercicio 3.15

La empresa Regal le adeuda al Banco del Pichincha, la suma de USD 26 000 representado en los siguientes pagarés:

- Pagaré 1: USD 6 000 con vencimiento en ocho meses (D_1)
- Pagaré 2: USD 20 000 con vencimiento en 22 meses (D_2)

El gerente de la empresa, conjuntamente con su acreedor, planean reestructurar las obligaciones y deciden que se cancele de la siguiente manera: USD 4 000 en el mes 4 y la diferencia, en 14 meses a partir de hoy. ¿Cuál es el valor del dicho pago?, si la tasa de interés acordada para es del 22 % nominal anual con capitalizaciones mensuales, asumiendo como fecha focal el mes 14.

Datos

Deudas contraídas

D_1 : USD 6 000; t: 8 meses

D_2 : USD 20 000; t: 22 meses

Renegociación

Pago 1: USD 4 000; t: 4 meses

Pago 2: a determinarse; t: 14 meses

$j = 24\%$ anual

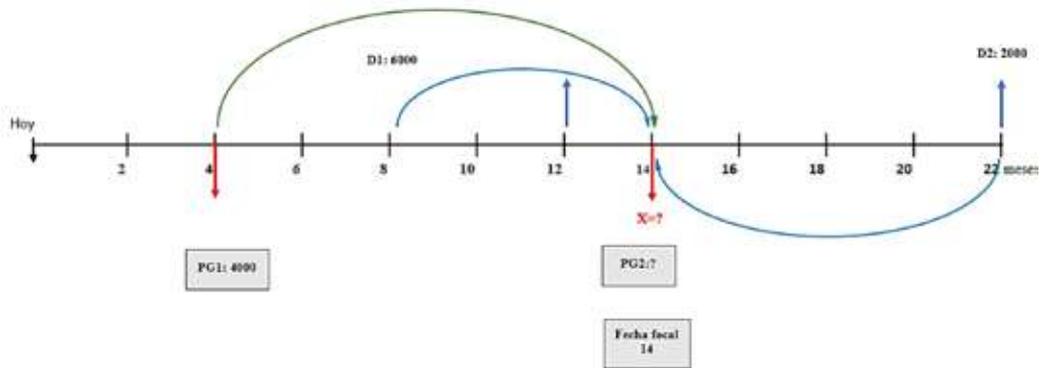
$i = j/m \approx 0,02\%$

FF = fecha focal 14 meses

$m = 12$ (períodos mensuales de capitalización en 1 año)

Determinación de la gráfica de valor

Figura 3.10: Gráfica de valor en ecuaciones



Planteamiento de la ecuación de valor en interés compuesto

Pagos = Deudas

$$USD 4000 \left(1 + \frac{0,24}{12}\right)^{10} + x = USD 6000 \left(1 + \frac{0,24}{12}\right)^6 + \frac{USD 20 000}{\left(1 + \frac{0,24}{12}\right)^8}$$

$$USD 4875,98 + x = USD 6756,97 + USD 17 069,81$$

$$USD 4875,98 + x = USD 23 826,78$$

$$x = USD 18 950,80$$

Análisis y valoración

Al llegar a un acuerdo entre el deudor y acreedor para consolidar las deudas y efectivizar dos pagos, el primero en el mes 4 a partir del día de hoy y el segundo en el mes 14, a una tasa de interés del 24 % nominal anual, dicho valor asciende a USD 18 950,80, tomándose como fecha focal el mes 14; de esta manera se determina un nuevo plan la liquidación de las obligaciones de Regal ante la institución financiera.

Ejercicio 3.16

El propietario de un bien inmueble recibe tres ofertas para su venta:

1. Pagar al contado USD 20 000 y USD 38 000 a 13 meses plazo
2. Pagar al contado USD 17 000 y dos letras de USD 20 500 en el mes 9 y 13
3. Pagar al contado USD 7 000 y una letra de USD 15 000 a seis meses de plazo y otra letra de USD 36 000 a 13 meses de plazo

¿Cuál de las tres ofertas le conviene aceptar el día de hoy, si se considera una tasa de interés de 2,4 % mensual?

Datos

Ofertas

Oferta1: Pago 1_{hoy} (USD 20 000); Pago $2_{13 \text{ meses}}$ (USD 38 000)

Oferta2: Pago 1_{hoy} (USD 17 000); Pago $2_{9 \text{ meses}}$ (USD 20 500); Pago $3_{13 \text{ meses}}$ (USD 20 500);

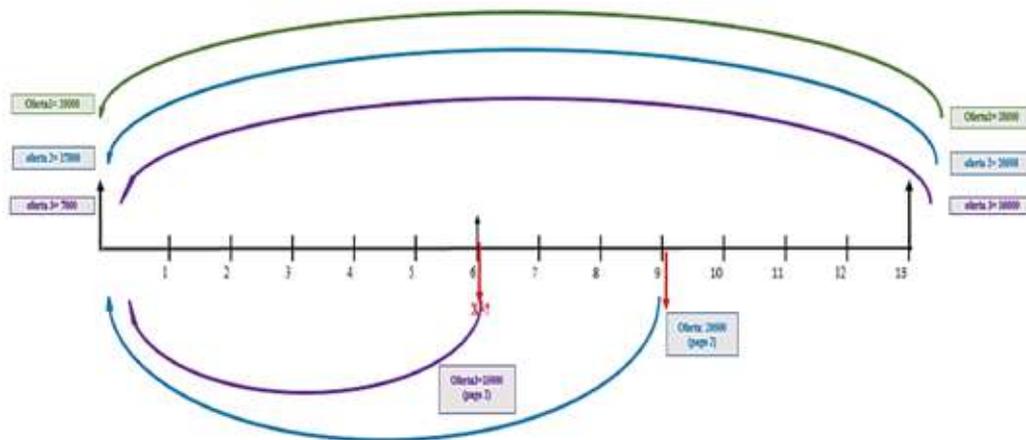
Oferta3: Pago 1_{hoy} (USD 7 000); Pago $2_{6 \text{ meses}}$ (USD 15 000); Pago $3_{13 \text{ meses}}$ (USD 36 000);

$I_{\text{mensual}} = 2,40 \%$

FF = fecha focal el día de hoy

Determinación de la gráfica de valor

Figura 3.11: Pagos y deudas



Planteamiento de la ecuación de valor en interés compuesto

Oferta 1

$$x = \underbrace{\text{USD } 20\,000,00}_{\text{Pago al contado}} + \underbrace{\frac{\text{USD } 38\,000,00}{(1 + 0,024)^{13}}}_{\text{Pago a plazo}}$$

$$x = \text{USD } 20\,000,00 + \text{USD } 27\,917,99$$

$$x = \text{USD } 47\,917,99$$

Oferta 2

$$x = \underbrace{USD\ 17\ 000,00}_{\text{Pago al contado}} + \underbrace{\frac{USD\ 20\ 500,00}{(1 + 0,024)^9} + \frac{USD\ 20\ 500,00}{(1 + 0,024)^{13}}}_{\text{Pago a plazo}}$$

$$x = USD\ 17\ 000,00 + USD\ 16\ 559,77 + USD\ 15\ 061,$$

$$x = 48\ 620,79$$

Oferta 3

$$x = \underbrace{USD\ 7000,00}_{\text{Pago al contado}} + \underbrace{\frac{USD\ 15\ 000,00}{(1 + 0,024)^6} + \frac{USD\ 36\ 000,00}{(1 + 0,024)^{13}}}_{\text{Pago a plazo}}$$

$$= USD\ 7000,00 + USD\ 13\ 010,43 + USD\ 26\ 448,62$$

$$x = USD\ 46\ 459,05$$

Análisis y valoración

Al desarrollar las tres ofertas se puede demostrar que, respetando los pagos establecidos, todas las comparaciones se han realizado en la fecha focal (día de hoy), dichas ofertas fueron actualizadas con la fórmula de valor actual, salvo el caso de los pagos al contado.

Para el poseedor del inmueble es conveniente venderla al día de hoy bajo la oferta número 2, pues le otorga un mayor valor en comparación a las demás alternativas siendo de USD 48 620,79, a sabiendas que cada alternativa estuvo vinculada con el mismo plazo final de 13 meses, existió una diferencia satisfactoria que implicaría una mejor ganancia.

3.12 ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

Ejercicios de autoevaluación

1. Usted dispone de USD 4 000, que son invertidos durante seis años, a una tasa del 6 % anual. Realice un cuadro comparativo, demostración gráfica, usando las fórmulas del interés y monto simples. Para demostrar cómo opera el proceso de capitalización o método compuesto, utilice las mismas fórmulas del método simple y considere que la capitalización es anual. Establezca tres diferencias entre el método simple y del compuesto.
2. Calcular y analizar los resultados del interés compuesto de un capital de USD 15 000 colocado durante cinco años a una tasa de interés nominal del 6 % anual capitalizable
 - a. Anualmente
 - b. Semestralmente
 - c. Trimestralmente
 - d. Mensualmente
 - e. Diariamente
3. Calcular el interés compuesto de un capital de USD 20 000 colocado a una tasa de interés de 6,25 % anual capitalizable trimestralmente durante un año, cinco meses, 10 días. Realice por el método comercial. Analizar los resultados.
4. Una persona invierte un capital de USD 10 000 en una cuenta de ahorro al 2 % de interés efectivo trimestral, con períodos de capitalización trimestral. ¿Cuánto habrá en la cuenta al final de dos años y un mes? Analizar los resultados.
5. Rubén abre una cuenta de ahorros hoy por USD 8 000 a una tasa de interés de 3 % efectivo semestral. ¿Cuánto habrá en la cuenta luego de dos años y 10 días si la capitalización es mensual? Analizar los resultados.
6. Calcular por los métodos matemático y comercial, el monto compuesto que acumulará un capital de USD 120 000 durante tres años y nueve meses a 7 % anual capitalizable semestralmente. Analizar los resultados.

7. La corporación San Francisco recibe una donación internacional por un valor de USD 140 000, que desea invertirlos en una cooperativa de la localidad; esta le ofrece pagar un 6 % anual con capitalización mensual si pone a un plazo de 554 días. Determine ¿Cuánto de interés compuesto ganará? Analizar los resultados.
8. La empresa ABC Cía. Ltda. desea invertir una suma de USD 85 000 a través de Dinners AA Advantaje, que le ofrece pagar un 6,14 % anual con capitalización mensual en un plazo de 12 meses y 18 días. Determine el interés compuesto. Luego calcule el impuesto a los rendimientos financieros del 2 % y establezca ¿A cuánto ascendería el monto compuesto líquido?
9. ¿En qué tiempo (t) un capital de USD 28 000 se convertirá en USD 34 800 a una tasa de interés del 6,25 % anual con capitalización trimestral?
10. Con los datos del ejemplo anterior calcule el tiempo si la capitalización es diaria, mensual, semestral, anual.
11. Una persona compra una filmadora. Se le informa que al contado le cuesta un capital de USD 7 000. A crédito debería pagar un monto total de USD 8 320,30, si la tasa de interés por promoción es del 14 % anual con capitalización mensual. Determine: ¿en qué tiempo se pagará si desea comprar a crédito?
12. El ganador de una rifa puede escoger entre tomar USD 10 000 en efectivo este momento o 200 cada mes durante 60 meses, con el primer pago a efectuarse dentro de un mes. Si se opta por los pagos mensuales, determine: ¿cuál es la tasa de interés nominal anual que el recibirá?
13. ¿A qué tasa anual capitalizable trimestralmente se debe colocar un capital de USD 100 000 para que produzca un interés de USD 5 500 en seis años y tres meses?
14. ¿En qué tiempo, expresado en años, meses y días, un capital de \$ 6 000 convertirá en \$7 200 a una tasa de interés del 8 % anual capitalizable mensualmente?
15. ¿En qué tiempo expresado en días un capital de USD 18 000 se convertirá en USD 24 200 a una tasa de interés del 6,25 % efectivo semestral?
16. Hoy, 18 de julio, se decide invertir en el Banco de Guayaquil, en pólizas de acumulación un capital de USD 28 000 en un tiempo de un año, con una

- tasa de interés del 8 % anual convertible semestralmente. Determine: ¿a cuánto asciende la tasa de interés nominal?
17. ¿A qué tasa efectiva equivale una tasa nominal de 20 % anual capitalizable trimestralmente?
18. ¿A qué tasa anual capitalizable mensualmente equivale una tasa efectiva de 16,25 % anual?
19. La empresa Alfa debe cancelar una deuda cuyo monto asciende a USD 45 000, con una tasa de interés del 12,5 % anual, con períodos de capitalización es trimestral, a un plazo de 10 meses. Determine: ¿cuál es el valor actual de esta deuda?
20. Con los datos del ejemplo anterior, determine la tasa de interés efectiva o equivalente.
21. Determine: ¿a cuánto asciende la tasa de interés nominal (j) de un capital de USD 60 000 que se convertirá en un monto de USD 72 000 en un tiempo de seis años si la capitalización es mensual? Realice por ambos métodos.
22. Con los datos del ejercicio anterior compruebe el valor del capital (valor actual compuesto).
23. Determine el valor presente de un monto de USD 35 000 al 1,2 % efectivo mensual, capitalizable mensualmente durante tres meses. Compruebe la respuesta encontrada a través del valor actual del método simple. ¿Analice lo actuado?
24. El señor García firma tres pagarés:
- a) Uno por USD 40 000, para pagarlo en cuatro meses, con 15 % de intereses
 - b) Otro por USD 19 000, para pagarlo en siete meses al 15 %
 - c) Un tercero por USD 35 000, para pagarlo en nueve meses sin intereses
- Determine: ¿a cuánto asciende el valor de contado? Si los períodos de capitalización son trimestrales.

25. La empresa Alfa debe cancelar una deuda cuyo monto asciende a USD 200 000, con una tasa de interés del 14,50 % anual, a un plazo de 27 meses. Determine: ¿cuál es el valor actual de esta deuda si han transcurrido 270 días desde la suscripción? ¿Por cuánto deberá girar el cheque para cancelar esta obligación? Determine: ¿cómo está compuesto el valor encontrado?, ¿cuánto de capital y de interés vencido si la capitalización es trimestral?
- Con los datos del ejercicio anterior, determine la tasa de interés efectiva.
 - Con los datos del ejercicio anterior, compruebe que la tasa de interés j asciende al 14,5 % anual.
26. Con los datos del ejercicio anterior, compruebe que el tiempo asciende a 27 meses.
27. Determine: ¿a cuánto asciende la tasa de interés nominal anual (j) de un capital de USD 60 000 que se convertirá en un monto de USD 72 000 en un tiempo de seis años si la capitalización es mensual? (Use logaritmos y exponente radicales)
- Con la respuesta encontrada, determine la tasa efectiva anual.
 - Encuentre la tasa real (i_r) sobre la base de la tasa nominal encontrada si la inflación asciende al 15 % anual.
- Además, determine el valor actual si han transcurrido desde la suscripción 10 meses, establezca como está compuesto el valor encontrado. Realice el mismo procedimiento si la capitalización es trimestral y semestral.
28. Calcular el valor actual de un pagaré cuyo valor al término de tres años y seis meses será USD 2 100 000, considerando una tasa de interés de 16 % anual capitalizable semestralmente (sin inflación).
29. La empresa Alfa debe cancelar una deuda cuyo monto asciende a USD 30 000, con una tasa de interés del 12 % anual, a un plazo de 27 meses. Determine: ¿cuál es el valor del vendedor y comprador por el método racional de esta deuda si han transcurrido 270 días desde la suscripción y la capitalización es mensual? Analice y valore los resultados.
30. Calcular el descuento compuesto bancario sobre un capital adeudado de USD 50 000 para seis años si se descontaron 20 meses antes de su veni-

miento a una tasa de interés del 14 % anual capitalizable mensualmente. Hacerlo por ambos métodos.

31. Un documento cuyo monto es de USD 70 000, suscrito a seis años y nueve meses de plazo con una tasa de interés del 12 % anual capitalizable mensualmente, es vendido cuando han transcurrido dos años y tres meses desde su suscripción. Calcule el método racional si la tasa de redescuento es del 12,50 %.
32. Un documento suscrito por un monto de USD 34 500 a dos años y siete meses, con una tasa del 12 %, anual capitalizable trimestralmente, se vende un año y cinco meses después de la fecha de suscripción. Considerando una tasa de interés del 6 %, capitalizable semestralmente, calcule el valor de la venta de dicho documento. Haga los cálculos en forma matemática y comercial.
33. Calcule el descuento compuesto matemático y el descuento compuesto bancario de un documento cuyo monto al final de siete años es de USD 100 000 si fue descontado tres años antes de la fecha de su vencimiento con una tasa de interés del 14 % anual capitalizable semestralmente.
34. Una empresa tiene las siguientes deudas: USD 100 000 a tres años de plazo con una tasa del 18 % anual capitalizable semestralmente; USD 50 000 a cuatro años y seis meses con una tasa del 12 % efectiva; USD 30 000 a seis años y nueve meses con una tasa del 15 % anual capitalizable trimestralmente. La empresa desea reemplazarlas por un único pago en un tiempo equivalente para los tres vencimientos a seis meses. Calcule: el valor del pago único, considerando una tasa de interés del 14 % anual capitalizable semestralmente.
35. Una empresa tiene las siguientes deudas: USD 20 000 a un año de plazo; USD 30 000 a dos años y seis meses y USD 40 000 a tres años y nueve meses. La empresa desea reemplazarlas por un único pago en un tiempo equivalente para los tres vencimientos a un tiempo de nueve meses. Calcule: el valor del pago único, considerando una tasa de interés del 14 % anual capitalizable trimestralmente.

Competencias para formar en los estudiantes

Tabla 3.4 Competencias que se deben formar en los estudiantes

COMPETENCIAS	AUTOVERIFICACIÓN
ACTITUDES Y VALORES	Cumplimiento de las normas
	Esfuerzo interés y dedicación en los trabajos dentro y fuera del aula
	Rigor, exactitud, profesionalismo
HABILIDADES INSTRUMENTALES	Resolución de problemas.
	Capacidad de organizar y planificar.
	Conocimientos básicos de la profesión.
INTERPERSONALES	Toma de decisiones
	Trabajo en equipo.
	Capacidad de trabajar en un equipo interdisciplinar.
	Compromiso ético.
SISTÉMICAS	Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica.
	Capacidad de aprender.
	Capacidad para adaptarse a nuevas situaciones.
	Capacidad para generar nuevas ideas (creatividad).
	Habilidad para trabajar de forma autónoma.
	Preocupación por la calidad.

CAPÍTULO IV RENTAS Y ANUALIDADES

*Los estudiantes
que están seguros de afrontar los retos del mundo real y
desarrollar soluciones serán más demandados.*

DR. PREETHA RAM

Objetivo

Resolver modelos matemáticos que permitan describir y comprender esos intercambios de capitales en diferentes momentos de tiempo para resolver problemas relacionados con el ahorro e inversión, tarjetas de crédito, préstamos y diversos esquemas de pago inherentes al campo de las finanzas.

Logros de aprendizaje

El lector estará en capacidad de:

- Fundamentar la toma de decisiones financieras utilizando rentas y anualidades, a través de la aplicación de fórmulas establecidas.
- Identificar la clasificación de las anualidades y su diferente aplicación práctica.
- Aplicar situaciones problemáticas en las que se apliquen las rentas ciertas vencidas simples, rentas ciertas anticipadas simples tanto para procesos de capitalización-inversión como para actualización-endeudamientos.

Basados en la definición que promueven Franco, Pierdant y Rodríguez (2014), una anualidad es una serie de pagos, depósitos o retiros iguales que se efectúan a intervalos de tiempo iguales con interés compuesto complementado por período de actualización o capitalización según sea el caso.

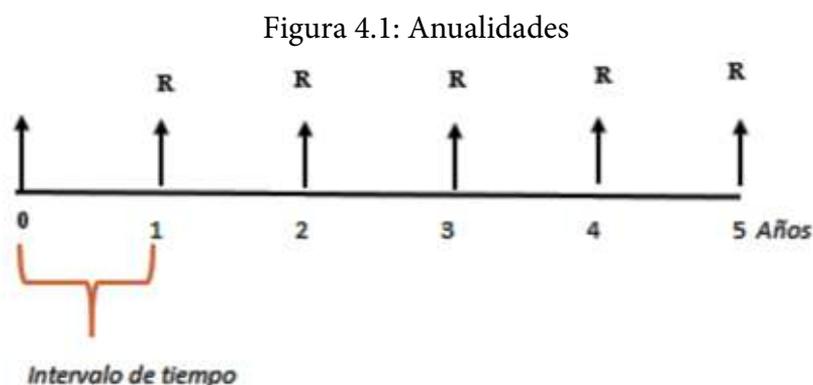
Una anualidad es una sucesión de pagos que comúnmente son iguales y se realizan al final de un año; sin embargo, en términos financieros es una cuota que bien podría ser negociada en períodos menores a un año, como por ejemplo, pagos mensuales, trimestrales, semestrales, entre otros.

En finanzas, anualidad no representa necesariamente pagos anuales, pero sí pagos e intervalos de tiempo iguales.

Las rentas y anualidades son el sistema de amortización más común, pues un empleado, para cancelar un préstamo adquirido, solo dispone de un ingreso que generalmente es su sueldo, que lo percibe mes a mes; razón por la cual el pago de dicha financiación lo realizará de forma igual y mensual.

Se considera una renta al pago del arriendo mensual por una vivienda; el sueldo mensual de un trabajador, las cuotas por la compra a crédito de mi televisor, la compra de una póliza de vida, etc.

Gráficamente se puede describir así:



Antes de seguir explicando sobre rentas es necesario considerar las siguientes definiciones en este capítulo:

- **Renta:** es una serie de pagos o depósitos iguales o constantes efectuados en un período de tiempo determinado referencialmente de un año.
- **Tiempo o plazo de una anualidad:** es el intervalo o lapso de tiempo que transcurre desde la fecha inicial del primer pago hasta la fecha final del último pago.
- **Tasa de interés:** es la tasa de interés que se fija para el cálculo del costo de las rentas sea pago o depósito. Son de dos tipos, la tasa de interés nominal y tasa de interés efectiva.
- **Período de pago o período de una anualidad (capitalización-actualización):** es el tiempo o período que se fija entre pagos o depósitos sucesivos de las rentas y pueden ser diarios, semanales, quincenales, mensuales, trimestrales, semestrales o anuales.

Para Meza (2013), existen condiciones para que una serie de pagos sea una anualidad:

- o Todos los pagos deben ser iguales.
- o Todos los pagos deben ser periódicos.
- o Todos los pagos son llevados al principio o al final de la serie, a la misma tasa, a un valor equivalente; es decir, la anualidad debe tener un valor presente equivalente y un valor futuro equivalente.
- o El número de pagos debe ser igual al número de períodos.

4.1 CLASIFICACIÓN DE LAS ANUALIDADES O RENTAS

Tabla 4.1 Clasificación de las anualidades o rentas

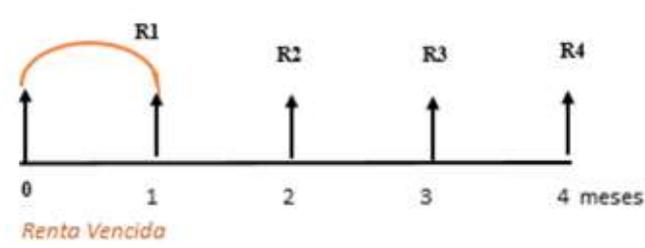
CATEGORÍA	CLASIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
TIEMPO	Anualidades ciertas	Las fechas de inicio y término de los pagos regulares son conocidos y se estipulan contractualmente Ejemplo: cuotas de un préstamo.m
	Anualidades eventuales o contingentes	La fecha de inicio o la fecha de término de los pagos regulares es desconocida y dependen de algún acontecimiento externo. Ejemplo: pago mensual de un jubilado. Se sabe el inicio de la fecha de sus mensualidades y no hasta cuando terminarán, pues están supeditadas a su fallecimiento
FORMA DE PAGO	Anualidades ordinarias, vencidas o limitadas	El depósito, pago o renta y la liquidación de intereses se los realiza al final de cada período. Ejemplo: pago de un plan de teléfono controla
	Anualidades anticipadas	El depósito, pago o renta y la liquidación de intereses se los realiza al principio de cada período. Ejemplo: arriendo
	Anualidades diferidas	Plazo de pago comienza después de transcurrido un determinado período o intervalo de tiempo denominado gracia. Ejemplo: financiamiento de proyectos de inversión, planes de compra en navidad. <i>«Lleve hoy y pague el próximo año en cómodas cuotas»</i>
INTERÉS	Anualidades simples	El período de pago coincide con los períodos de capitalización de los intereses. Ejemplo: renta mensual con intereses mensuales
	Anualidades generales	El período de pago no coincide con el período de capitalización Ejemplo: renta semestral con intereses al 5 % capitalizable mensualmente

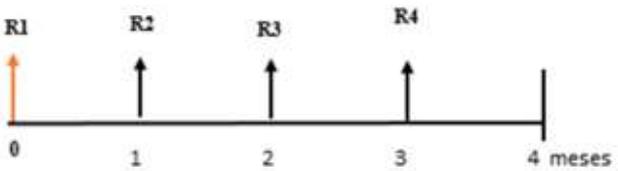
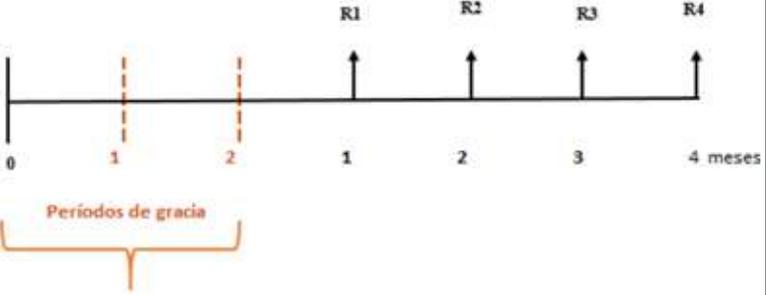
Subdivisiones de las rentas-anualidades por el tiempo, plazo de duración e intereses

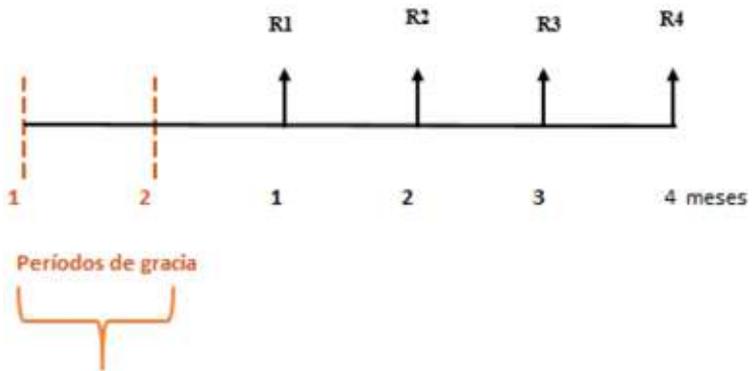
Basados en las categorías presentadas en la Tabla 4.2, se tomará una primera subdivisión bajo estas categorías.

- Anualidades ciertas vencidas simples
- Anualidades ciertas anticipadas simples
- Anualidades ciertas vencidas diferidas simples
- Anualidades ciertas anticipadas diferidas simples

Tabla 4.2 Subcategorías de anualidades o rentas

SUBCATEGORÍA	CARACTERÍSTICAS	EJEMPLO
Anualidades ciertas vencidas simples	<ul style="list-style-type: none"> • Se conoce la fecha de inicio y finalización. • Los pagos o depósitos de las rentas se efectúan en forma vencida. • Los períodos de pago coinciden con los de capitalización. 	<p>Se compra un activo fijo a crédito; se podría establecer una forma de pago mensual, en que el primer pago de la renta será al vencer el mes.</p> 

SUBCATEGORÍA	CARACTERÍSTICAS	EJEMPLO
<p>Anualidades ciertas anticipadas simples</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Se conoce la fecha de inicio y finalización. • Los pagos o depósitos se producen al comienzo de cada uno de los períodos. • El pago coincide con los de capitalización. 	<p>Cuando se realiza la adquisición de una refrigeradora, y su primera cuota es el mismo día de la compra.</p>  <p style="text-align: center;"><i>Renta Anticipada</i></p>
<p>Anualidades ciertas vencidas diferidas simples</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Se conoce la fecha de inicio y finalización. • Pagos o depósitos de las rentas se efectúa al final de cada uno de los períodos sometidos a renta. • El primer pago se difiere a uno posterior intermedio o futuro, denominado gracia. • Los períodos de pago coinciden con su capitalización. 	<p>En las ofertas navideñas, generalmente los comerciantes promocionan las ventas a través de un período de gracia en el pago.</p> 

SUBCATEGORÍA	CARACTERÍSTICAS	EJEMPLO
Anualidades ciertas anticipadas diferidas simples	<ul style="list-style-type: none"> • Los pagos iguales se producen al inicio del período de cada anualidad. • El primer pago se difiere a uno posterior. • La anualidad inicia un período futuro o intermedio anticipado. 	En la compra de un vehículo, cuando le otorgan un período de gracia, pero al momento de pagar la renta lo deberá hacer al inicio de cada mes.

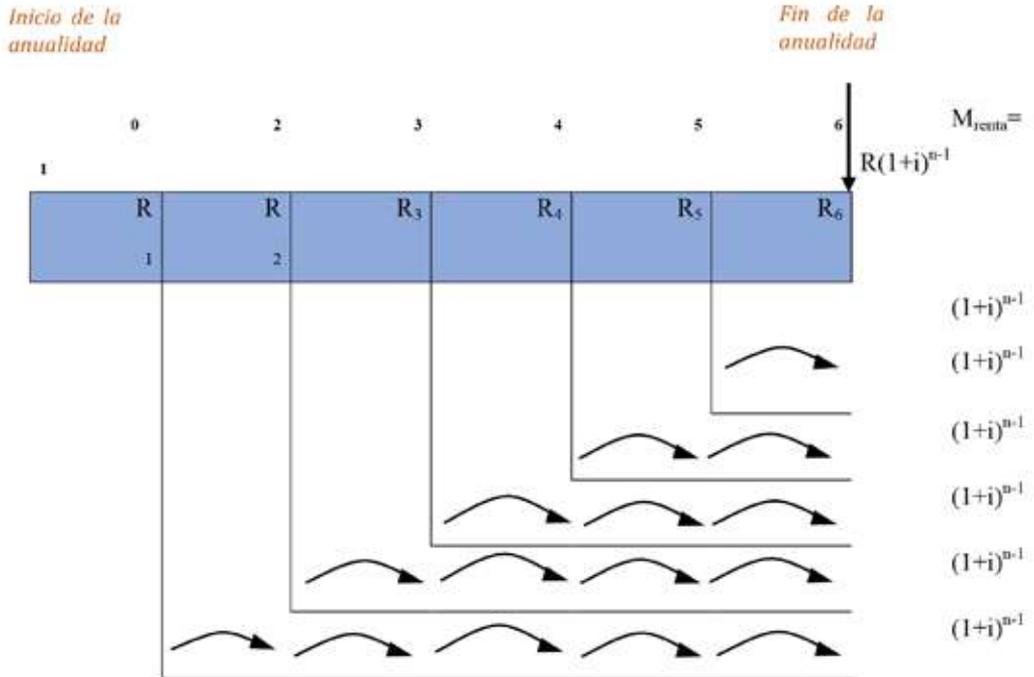
4.2. MONTO DE UNA ANUALIDAD CIERTA VENCIDA Y SIMPLE

Las anualidades, al analizarlas formalmente, tienen dos áreas claramente identificadas de aplicación, el monto y el valor actual.

Este procedimiento matemático financiero (monto), permite la acumulación o capitalización de valores, por lo que es utilizado para la constitución de programas de ahorro orientados al largo plazo, concretamente programas de ahorro de jubilación, cesantía, fondos de acumulación, cuyo fundamento se encuentra en la capitalización compuesta de cada uno de los valores de capitales depositados hasta la finalización del plazo convenido, por lo que la suma de esos montos compuestos de los distintos depósitos capitalizados da como valor futuro o final su monto de la renta.

Gráficamente el monto de una anualidad cierta vencida simple se visualiza así:

Figura 4.2 Monto de una anualidad



Fórmula del monto de una anualidad

$$M = R \left[\frac{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m \cdot t} - 1}{\frac{j}{m}} \right] \quad [49]$$

Donde

M = monto

R = renta

j = tasa de interés nominal

m = número de períodos de capitalización en un año

t = lapso de tiempo expresado en años

$n = (m \cdot t)$ número de períodos de capitalización en función al tiempo t del ejercicio

$$\text{Interés} = M - C$$

Ejercicio 4.1

Un cliente desea conocer la suma total que acumulará en tres años, si llegase a depositar en una cuenta de inversión al finalizar cada año el valor de USD 500, a una tasa de interés del 10 % anual, capitalizable semestralmente.

Datos

$$M = ?$$

$$R = \text{USD } 500$$

$$t = 3 \text{ años}$$

$$m = 2 \text{ (períodos de capitalización semestral en un año)}$$

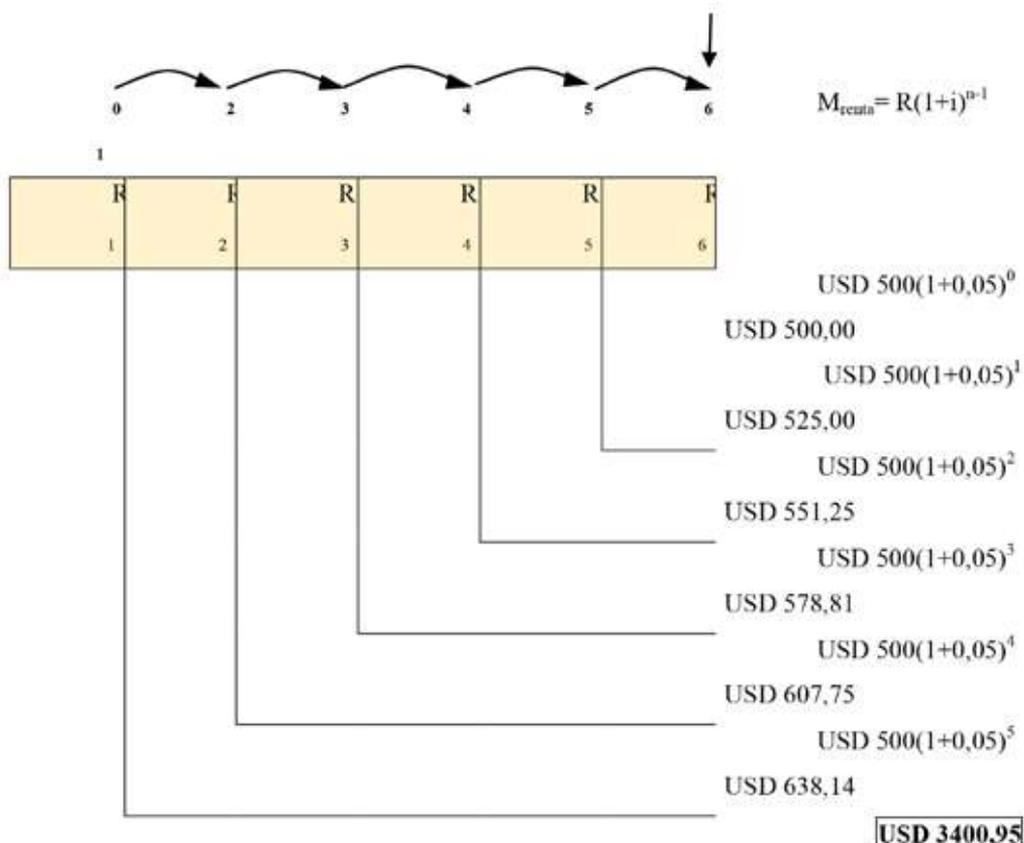
$$j = 10 \% \text{ anual}$$

$$i = 0,05 \text{ semestral}$$

La figura 4.3 permite demostrar el proceso de capitalización individual de las rentas depositadas al final del año, cuya sumatoria por períodos presenta el monto de la anualidad.

Sin embargo, para períodos de tiempo más largo y capitalizaciones fraccionarias, llevaría algún tiempo poder realizarlo uno a uno, razón por la cual se puede abreviar los procesos a través de la deducción de la fórmula del monto de una anualidad vencida.

Figura 4.3 Comportamiento temporal del monto



$$M = [R(1+i)^{n-1} + R(1+i)^{n-2} + R(1+i)^{n-3} + \dots + R(1+i)^1 + R]$$

Ordenando la serie a partir del último depósito:

$$M = [R + R(1+i)^1 + \dots + R(1+i)^{n-3} + R(1+i)^{n-2} + R(1+i)^{n-1}]$$

La siguiente serie constituye un comportamiento de progresión geométrica finita, y el monto de la renta estará establecida como la suma de sus términos (ver capítulo I).

**Fórmula general de suma de términos en progresión geométrica finita [9]
donde se determina el factor de interés compuesto**

$$S = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S = \frac{R[(1 + i)^n - 1]}{(1 + i) - 1}$$

Operando:

$$S = R \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

El factor de interés compuesto para una anualidad vencida $[(1 + i)^n - 1]/i$, permitirá optimizar el cálculo del monto de una renta en virtud de que, al ser multiplicado por R, de forma simplificada se podrá hallar la incógnita.

Tomando los datos del ejercicio 1, se procede a validar la fórmula:

$$M = R \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right] \quad [50]$$

$$M = 500 \left[\frac{\left(1 + \frac{0,10}{2}\right)^{2 \cdot 3} - 1}{\frac{0,10}{2}} \right]$$

$$M = \text{USD } 3400,95$$

Análisis

La suma global que acumulará el cliente si desea depositar USD 500 por tres años vencidos consecutivos bajo una tasa de interés de 10 % nominal anual, capitalizable semestralmente.

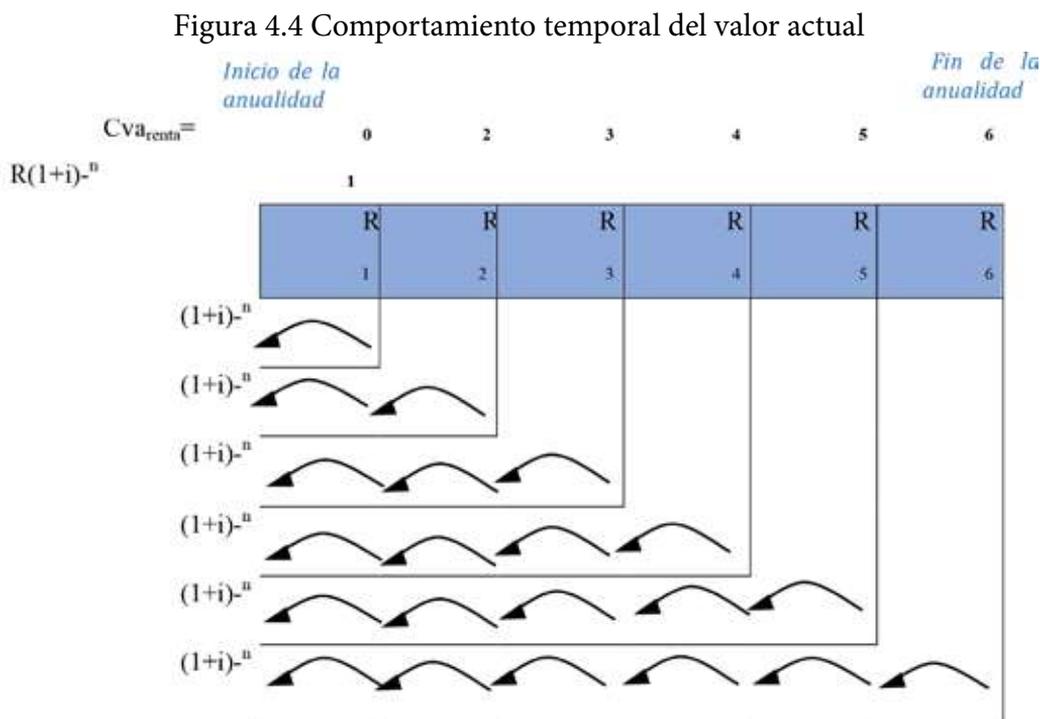
4.3 VALOR ACTUAL ANUALIDAD CIERTA VENCIDA Y SIMPLE

Valor actual es un procedimiento generalmente utilizado dentro del sistema de crédito, préstamos o empréstitos, por lo que el valor actual de una serie de anualidades o rentas viene a constituir el valor del capital dado en préstamos.

En matemática financiera, este proceso puede involucrar dos requerimientos básicos:

1. Que se requiera conocer el monto o valor futuro de la serie de pagos iguales o anualidades efectuados dentro del plazo.
2. Determinar el valor actual de la serie de pagos iguales realizados dentro del plazo de la operación financiera (valores futuros) o, a su vez, determinar el valor actual de un conjunto de valores futuros con la finalidad de tomar decisiones.

Gráficamente el valor actual de una anualidad cierta vencida simple se visualiza así:



Fórmula del valor actual

$$Cva = R \left[\frac{1 - \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{-(m \cdot t)}}{\frac{j}{m}} \right] \quad [51]$$

Donde:

Cva = capital original o capital valor actual

R = renta

j = tasa de interés nominal

m = número de períodos de actualización en un año

t = tiempo que deberá estar expresado en años.

n = (m*t), número de períodos de actualización en función al tiempo del ejercicio.

Interés = M - C

Ejercicio 4.2

Determine el valor actual a partir de una renta de USD 500 cada año durante tres años, sometido a una tasa de interés nominal anual del 10 %, actualizable semestralmente.

Datos

Cva = ?

R = USD 500

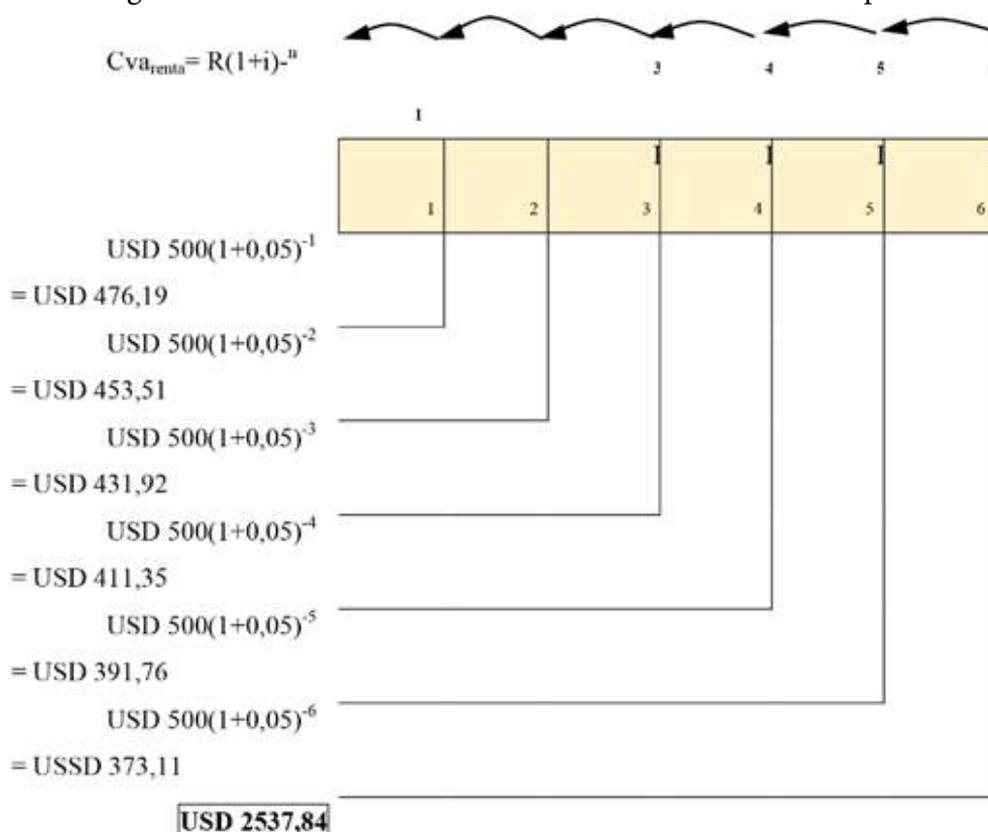
t = 3 años

m = 2 períodos de actualización semestral en un año

j = 10 % anual

i = 0,05 efectiva semestral

Figura 4.5 Valor actual de una anualidad cierta vencida simple



En la figura 4.5, se puede evidenciar claramente el comportamiento del proceso de actualización en cada una de las rentas, de la misma manea que el monto. En el caso de existir mayores períodos de tiempo y de actualización, el proceso se vuelve pesado, por lo que es importante simplificar la fórmula.

Deduciendo la fórmula valor actual de una anualidad vencida, se puede representar así:

$$Cva = [R(1+i)^{-1} + R(1+i)^{-2} + R(1+i)^{-3} + \dots + R(1+i)^{-(n-1)} + R(1+i)^{-(n-2)}]$$

La suma de los términos constituye una progresión geométrica finita, para lo cual se utilizará la fórmula [9] establecida en el capítulo I, para la demostración:

**Fórmula general de suma de términos en progresión geométrica finita
donde se determina el factor de actualización**

$$S = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S = \frac{(1 + i)^{-1} * [(1 + i)^{-n} - 1]}{(1 + i)^{-n} - 1}$$

Operando:

$$S = \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

El factor de valor actual de una anualidad vencida $1 - [1 + i]^{-n} / i$, encontrado a partir de la progresión geométrica finita, se deberá multiplicar el valor de la renta R , por lo que la fórmula para calcular el capital valor actual por efecto de las rentas es:

$$Cva = R \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] \quad [52]$$

Para validar la fórmula [52], se tomará los datos del ejercicio 2 de este capítulo

$$Cva = R \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

$$Cva = 500 \left[\frac{1 - \left(1 + \frac{0,10}{2}\right)^{-(2*3)}}{\frac{0,10}{2}} \right]$$

$$Cva = \text{USD } 2537,84$$

Análisis: el valor actual es de USD 2 537,84, a partir de la serie de rentas semestrales de USD 500 cada uno, actualizado a una tasa de interés del 10 % nominal anual vencido.

Con este resultado, el cliente podrá tomar decisiones financieras, eligiendo la mejor alternativa con suma antelación tanto para operaciones de inversión como crediticias.

Ejercicio 4.3

A doña Piedad, le proponen recibir en 84 pagos mensuales e iguales de USD 224 por cupones generados de los bonos del Estado por su jubilación, la primera de las cuales recibirá al término del primer mes y las demás al final de cada uno de los respectivos meses ininterrumpidamente.

A cambio de esas sumas de dinero mensuales, un inversionista le propone entregar hoy una suma de USD 10 000,00

Por esto, doña Piedad contrata sus servicios para determinar cuál es la mejor alternativa. ¿Es conveniente aceptar la propuesta? Asuma que en el sistema financiero nacional se podría obtener un rendimiento promedio anual de 9 % sobre sumas de dinero disponible con capitalización anual de intereses.

Datos

$$Cva = ?$$

$$R = \text{USD } 224$$

$$m = 12 \text{ períodos de actualización mensual en un año}$$

$$j = 9 \% \text{ anual}$$

$$n = 84$$

$$Cva = R \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

$$Cva = 224 \left[\frac{1 - \left(1 + \frac{0,09}{12}\right)^{-(84)}}{\frac{0,09}{12}} \right]$$

$$Cva = \text{USD } 13\,922,49$$

Como se demuestra, el valor actual de los 84 cupones mensuales asciende a USD 13 922,49, mientras que la oferta de inversionista de entregarle USD 10 000, es menor, por lo que estaría cediendo con un descuento de USD 3 922,49.

En efecto, si esta suma la invierte en el sistema financiero a 84 meses plazo y al 9 % anual, el monto total que obtendría sería de USD 18 732,02, a diferencia del valor que puede acumular con los cupones en mano por USD 26 079,63.

4.4 RENTA DE UNA ANUALIDAD CIERTA VENCIDA SIMPLE

En relación con la fórmula original de rentas, a través del despeje, se puede determinar cualquier variable incógnita. Antes de tomar cualquier decisión financiera, recuerde que, a mayor información, usted limitará su riesgo.

En este acápite, es importante determinar la suma de dinero periódica o renta que hay que depositar en casos de montos o procesos de acumulación o las cuotas de pago necesarias para pagar una deuda (amortizar o extinguir un préstamo o crédito) en el caso del valor actual o actualización.

4.5 RENTA A PARTIR DEL MONTO

Ejercicio 4.4

Cristian desea acumular USD 12 000 al final de tres años. Para lo cual realiza depósitos de la misma cuantía al final de cada tres meses en una cuenta de ahorros que paga el 7,50 % anual de interés capitalizable trimestralmente. ¿Cuál es el valor de cada depósito para generar dicha acumulación?

Datos

M = USD 12 000

R = ¿?

m = 4 períodos de capitalización trimestral en un año

j = 7,50 % anual

t = 3 años

Planteamiento de la fórmula

$$M = R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$
$$R = \frac{M * i}{(1 + i)^n - 1} \quad [53]$$

Reemplazando datos

$$R = \frac{USD\ 12\ 000 * \frac{0,075}{4}}{\left(1 + \frac{0,075}{4}\right)^{4*3} - 1}$$

$$R = USD\ 901,02$$

El valor de cada depósito trimestral vencido, durante tres años consecutivos, deberá ser de USD 901,02, para que Cristian pueda cumplir la meta de acumulación de USD 12 000.

Ejercicio 4.5

La familia Arellano espera disponer de USD 40 000 al cabo de cierto tiempo, para financiar una parte de la compra de su casa; el valor total del inmueble es de USD 130 000 a 15 años plazo.

Para ello desea acumular este capital mediante depósitos a fin de mes, en una cuenta de ahorro que paga el 6 % anual de interés convertible mensualmente. Si suscribe el contrato el 1 de enero de 2019, y el primer depósito a fin de ese mes; la última cuota espera hacerla el 31 de octubre de 2022. ¿Cuál será el valor de cada depósito, si esperan disponer del enganche inmediatamente después del último depósito?

Datos

$M = \text{USD } 40\,000$

$R = \text{¿?}$

$m = 12$ períodos de capitalización mensual en un año

$j = 6\%$ anual

$t = 3,833333$ años

$n = 46$ períodos a capitalizarse

Fecha de suscripción: 1 de enero de 2019

Fecha de vencimiento: 31 de octubre de 2022

Aplicación de la fórmula [53]

$$R = \frac{M * i}{(1 + i)^n - 1}$$

Reemplazando datos

$$R = \frac{USD\ 40\ 000 * \frac{0,06}{12}}{\left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{46} - 1}$$

$$R = USD\ 775,56$$

El valor de cada depósito mensual vencido que deberá colocar la familia Arellano es de USD 775,56, durante 3,83333 años consecutivos en una cuenta que pague el 6 % de interés anual, de tal forma que pueda acumular USD 40 000, permitiéndole contribuir en parte el financiamiento de su vivienda.

4.6 RENTA CON BASE EN EL VALOR ACTUAL

Ejercicio 4.6

Michelle compra un televisor. La oferta al contado es de USD 2 600. Sin embargo, no dispone el dinero, por lo que está solicitando pagar como entrada el valor de USD 600 y la diferencia en 24 mensualidades iguales. El almacén posee una política de recargo del 15 % de interés anual convertible mensualmente sobre los saldos. ¿Cuál será el valor de cada una de las mensualidades que debe pagar?

Datos

Cva = USD 2000 (corresponde al capital en deuda)

R = ¿?

m = 12 períodos de capitalización mensual en un año

j = 15 % anual

t = 2 años

n = 24 períodos a capitalizarse

Planteamiento de la fórmula a partir de la ecuación [52]

$$Cva = R \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$
$$R = \frac{Cva * i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

Reemplazando datos

$$R = \frac{USD\ 2000 * \frac{0,15}{12}}{1 - \left(1 + \frac{0,15}{12}\right)^{-(12*2)}}$$

$$R = USD\ 96,97$$

Análisis: el valor que deberá cancelar de forma mensual por la compra del televisor, una vez que ha dejado la entrada, es de USD 96,97 cada mes, siempre y cuando el almacén continúe con la política de aplicar el 15 % de interés nominal anual en este tipo de transacción comercial.

4.7 TIEMPO BASADO EN UNA RENTA CIERTA VENCIDA SIMPLE

Al plantearse la fórmula original de una renta, tanto a valor futuro como valor presente, se puede conocer el tiempo al que será sometida una operación para alcanzar las metas financieras planteadas, por lo que bastará despejar cada uno de sus elementos con la finalidad de determinar el número de depósitos o pagos necesarios según sea el caso.

4.8 TIEMPO A PARTIR DEL MONTO

Para determinar el tiempo, sobre la base de la fórmula de la renta vencida en monto [50], primero se deberá establecer n , que representa el número de depósitos o períodos de capitalización en función al tiempo t .

$$M = R \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

Despejando n

$$\frac{M}{R} = \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

$$\frac{M * i}{R} = (1 + i)^n - 1$$

$$\left(\frac{M * i}{R} \right) + 1 = (1 + i)^n$$

Aplicando logaritmos tendremos:

$$\log \left[\left(\frac{M * i}{R} \right) + 1 \right] = n \log (1 + i)$$

$$n = \frac{\log \left[\left(\frac{M * i}{R} \right) + 1 \right]}{\log (1 + i)}$$

Ejercicio 4.7

Pamela Flores desea conocer el número de depósitos de USD 290, que debe realizar cada mes para obtener USD 8 500, a sabiendas que la tasa de interés nominal anual asciende al 13 %.

Datos

$$M = \text{USD } 8500$$

$$R = 290$$

$m = 12$ períodos de capitalización mensual en un año

$$j = 13 \% \text{ anual}$$

$$t = ?$$

$$n = ?$$

Desarrollo del ejercicio

$$n = \frac{\log \left[\left(\frac{M * i}{R} \right) + 1 \right]}{\log (1 + i)}$$

$$n = \frac{\log \left[\left(\frac{\text{USD } 8500 * \frac{0,13}{12}}{290} \right) + 1 \right]}{\log \left(1 + \frac{0,13}{12} \right)}$$

$$n = 25,592198 \text{ capitalizaciones mensuales}$$

Análisis: a la pregunta planteada por Pamela Flores, para obtener USD 8 500, se deberá realizar 25 depósitos de USD 290 exactos, y un valor adicional menor a USD 290, que corresponden al 0,592198 de una capitalización, bajo una tasa de interés del 13 % nominal anual.

Sin embargo, para determinar el valor adicional que deberá depositar para obtener la inversión, se puede optar por las siguientes formas de resolución:

Opción 1:

Para realizar un pago adicional en la misma cuota 25.

M

$$x = M - \left\{ R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \right\} \quad [56]$$

$$\begin{aligned} x &= USD\ 8\ 500 \\ &- \left\{ 290 \left[\frac{\left(1 + \frac{0,13}{12}\right)^{25} - 1}{\frac{0,13}{12}} \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= USD\ 224,34 \end{aligned}$$

El pago adicional en la misma cuota 25 ascenderá a USD 224,34, el mismo que se deberá incorporar a la cuota entera de USD 250.

Finalmente, se terminaría pagando en total por ese mes un valor de USD 474,34.

Opción 2:

Para efectuar un pago adicional en el mes 26.

$$M = R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] (1+i) + x$$

$$x = M - \left\{ R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] (1+i) \right\} \quad [57]$$

$$\begin{aligned} x &= USD\ 8\ 500 - \left\{ 290 \left[\frac{\left(1 + \frac{0,13}{12}\right)^{25} - 1}{\frac{0,13}{12}} \right] \left(1 + \frac{0,13}{12}\right) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= USD\ 134,68 \end{aligned}$$

Para cancelar el valor adicional, se deberá realizar a través de una cuota adicional establecida en el siguiente período inmediato, por un valor de USD 134,68.

4.9 TIEMPO A PARTIR DEL CAPITAL VALOR ACTUAL

Basados en la fórmula el capital valor actual [52], orientado a la renta, se procede a despejar la variable n como incógnita establecida.

$$Cva = R \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

$$\frac{Cva}{R} = \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

$$\frac{Cva * i}{R} = 1 - (1 + i)^{-n}$$

$$\frac{Cva * i}{R} - 1 = -(1 + i)^{-n}$$

Multiplicando la ecuación por (-1)

$$1 - \frac{Cva * i}{R} = (1 + i)^{-n}$$

Aplicando logaritmos

$$\log \left(1 - \frac{Cva * i}{R} \right) = -n \log(1 + i)$$

$$n = - \frac{\log \left(1 - \frac{Cva * i}{R} \right)}{\log(1 + i)} \quad [58]$$

Ejercicio 4.8

Determinar: ¿cuántos pagos trimestrales vencidos de USD 750 tendría que realizar Laura Rodríguez para saldar una deuda contraída el día de hoy por su vivienda, de USD 90 000, si el primer pago se realiza dentro de tres meses y el interés es de 0,50 % trimestral?

Datos

$$Cva = \text{USD } 90\,000$$

$$R = 750$$

$m = 4$ períodos de capitalización trimestral en un año

$$i_{\text{trimestral}} = 0,50 \%$$

$$n = ?$$

Desarrollo del ejercicio con la ecuación [58]

$$n = -\frac{\log\left(1 - \frac{Cva * i}{R}\right)}{\log(1 + i)}$$

$$n = -\frac{\log\left(1 - \frac{\text{USD } 90\,000 * 0,005}{\text{USD } 750}\right)}{\log(1 + 0,005)}$$

$$n = 183,715911 \text{ capitalizaciones trimestrales}$$

Análisis: la señora Laura Rodríguez deberá realizar 183 depósitos de USD 750 exactos, y un valor adicional menor a USD 750, que corresponden al 0,715911 de una actualización, bajo una tasa de interés del 0,50 % trimestral, de una deuda contraída de USD 90 000.

Determinación del valor adicional a pagar

Al desconocer el valor adicional que debe cancelar la Sra. Laura, se propone las siguientes formas de resolver.

Opción 1

Para realizar un pago adicional en la misma cuota 183.

$$Cva = R \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] + x(1 + i)^{-n} \quad [59]$$

$$USD 90\,000$$

$$= USD 750 \left[\frac{1 - (1 + 0,005)^{-183}}{0,005} \right]$$

$$+ x(1 + 0,005)^{-183}$$

$$x = USD 534,64$$

El pago adicional a realizarse en la misma cuota 183 es de USD 534,64, bajo las condiciones establecidas en el ejercicio 8.

Opción 2

Para efectuar un pago adicional en el mes 184.

$$Cva = R \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] + x(1 + i)^{-n+1} \quad [60]$$

$$USD 90\,000 = USD 750 \left[\frac{1 - (1 + 0,005)^{-183}}{0,005} \right] +$$

$$x = USD 531,98$$

Si se desearía hacer un pago adicional en un tiempo inmediato siguiente, pudiéndose considerar como una cuota USD 184 deberá efectuarse por el valor de USD 531,98.

4.10 TASA DE INTERÉS DE UNA ANUALIDAD CIERTA VENCIDA SIMPLE

De la misma manera que las demás variables establecidas en la fórmula de una renta, se puede, a través del despeje, determinar la tasa de interés nominal (j). Esto, a través del método del tanteo o aproximaciones sucesivas usando interpolaciones.

4.11 TASA DE INTERÉS A PARTIR DEL MONTO

Ejercicio 4.9

La empresa San Juan S. A. desea acumular USD 27 202,43 a través de depósitos mensuales de USD 400 en cinco años. Determine: ¿a qué tasa de interés nominal anual convertible mensualmente permitirá acumular dicho valor?

Datos

$$M = \text{USD } 27\,202,43$$

$$R = \text{USD } 400$$

$m = 12$ períodos de capitalización mensual en un año

$$i = \text{¿?}$$

$$n = 60$$

$$t = 5 \text{ años}$$

Despejando la fórmula bajo la incógnita i

$$M = R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$$\frac{M}{R} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\frac{USD\ 27\ 202,43}{USD\ 400} = \frac{(1+i)^{60} - 1}{i}$$

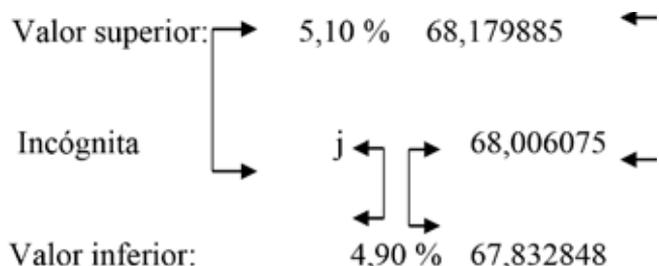
$$68,006075 = \frac{(1+i)^{60} - 1}{i}$$

Aplicación del método del tanteo, por lo que se requerirá hallar un valor superior e inferior a 68,006075

Tanteo: $i = j / m$ A una j	Resultado
4,00 %	66,298978
4,90 %	67,832848 Valor inferior
5,10 %	68,179885 Valor superior
10,00 %	77,437072

$$68,006075 = \frac{\left(1 + \frac{j}{12}\right)^{60} - 1}{\frac{j}{12}}$$

Sistema de interpolación de datos



Planteamiento del sistema de interpolación

$$\frac{0,051 - 0,049}{68,179885 - 67,832848} = \frac{0,051 - j}{68,179885 - 68,006075}$$

$$0,005763059 = \frac{0,051 - j}{0,173810900}$$

$$0,001001682 = 0,051 - j$$

$$j = 5 \%$$

Comprobación bajo la ecuación [50]

$$M = R \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

$$\text{USD } 27\,202,43 = \text{USD } 400 \left[\frac{\left(1 + \frac{0,05}{12}\right)^{60} - 1}{\frac{0,05}{12}} \right]$$

$$27\,202,43 = 27\,202,43$$

Se puede determinar que la tasa de interés es del 5 % nominal anual capitalizable mensualmente.

4.12 TASA DE INTERÉS A PARTIR DEL VALOR ACTUAL

Ejercicio 4.10

Marcela, para cancelar una deuda de USD 2 000, requiere pagar, a través de rentas de USD 280 durante 12 meses cada una. Determine: ¿a cuánto asciende la tasa de interés negociado este crédito?

Datos

$$i = ?$$

$$Cva = \text{USD } 2\,000$$

$$R = 280$$

$m = 12$ períodos de capitalización mensual en un año

$$n = 12$$

$$t = 1 \text{ año}$$

Despejando la fórmula bajo la incógnita i

Tanteo: i A una i	Resultado
8 %	7,536078
9 %	7,160725 Valor superior
10 %	6,813691 Valor inferior

$$Cva = R \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

$$\frac{Cva}{R} = \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

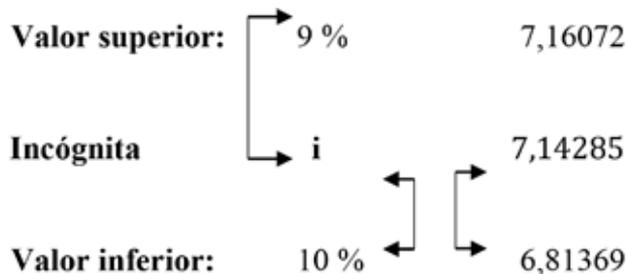
$$\frac{USD 2000}{USD 280} = \frac{1 - (1 + i)^{-12}}{i}$$

$$7,142857 = \frac{1 - (1 + i)^{-12}}{i}$$

Aplicación del método del tanteo, por lo que se requerirá hallar un valor superior e inferior a 7,142857

$$7,142857 = \frac{1 - (1 + i)^{-12}}{i}$$

Sistema de interpolación de datos



Planteamiento del sistema de interpolación

$$\frac{0,09 - 0,10}{7,160725 - 6,813691} = \frac{0,09 - i}{7,160725 - 7,142857}$$

$$-0,028815670 = \frac{0,09 - i}{0,017868199}$$

$$-0,000514884 = 0,09 - i$$

$$-0,090514884 = -i$$

$$i = 9,05 \%$$

Comprobación bajo la ecuación [52]

$$Cva = R \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

$$USD 2000 = USD 280 \left[\frac{1 - (1 + 0,0905)^{-12}}{0,0905} \right]$$

$$USD 2000 = USD 2000$$

Se puede determinar que la tasa de interés es del 9,05 % efectivo mensual.

Ejercicios resueltos

Ejercicio 4.11

Cada tres meses, una persona deposita USD 3 400 en una cuenta de ahorros (ahorro meta de la Cooperativa Acción Rural) que paga el 6,50 % de interés anual convertible trimestralmente. Si el primer depósito se realizó el 1 de junio de 2018, que cantidad habrá en la cuenta inmediatamente después de realizar el depósito correspondiente al 1 de diciembre de 2030.

Datos

Fecha del primer depósito: 01/06/2018

Fecha último depósito: 01/12/2030

R: USD 3 400

j: 6,50 %

m: 4

M: ?

Ajuste datos:

t: 12,75 años o 12 años y 9 meses

n: 51 (m*t)

i: 0,01625

Para calcular el tiempo existente entre fechas es necesario tomar en cuenta la fecha de suscripción, así:

AÑOS	MESES	DIAS	
2030	12	1	fecha vencimiento
2018	3	1	fecha suscripción
12	9	0	

Monto de la renta [50]

$$M = R \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

$$M = \text{USD } 3400,00 \left[\frac{\left(1 + \frac{0,065}{4}\right)^{51} - 1}{\frac{0,065}{4}} \right]$$

$$M = \text{USD } 266\,820,84$$

Capital

$$C = R * n \quad [61]$$

$$C = USD 3400,00 * 51$$

$$C = USD 173 400,00$$

Interés [29]

$$I = M - C$$

$$I = USD 266 820,84 - USD 173 400,00$$

$$I = USD 93 420,84$$

Ejercicio 4.12

Con la idea de planificar la educación de su hijo, una persona piensa depositar USD 600 mensuales durante los próximos seis años. ¿A cuánto ascenderá el valor del fondo acumulado inmediatamente después de realizado el depósito número 72, si la inversión obtiene una tasa de interés del 6 % anual capitalizable mensualmente? Si pasados estos seis años no se realizan más depósitos, pero se permite al capital acumularse durante otros cinco años, ¿cuánto dinero habrá al final dicho plazo, si la tasa de interés asciende al 6 % efectivo equivalente anual capitalizable mensualmente?

Datos

R: USD 600

t: 6 años

j: 6 % anual

m = 12

M: ?

n = 72

Monto de la renta

$$M = R \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

$$M = \text{USD } 600 \left[\frac{\left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{72} - 1}{\frac{0,06}{12}} \right]$$

M = USD 51 845,31 (Valor acumulado después de 72 depósitos)

Segunda parte acumulación de cinco años más

C: USD 51 845,31

t: 5 años

TEA: 6 % anual

m: 12

n: 60

i: ?

Antes de aplicar la fórmula se debe encontrar j

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

$$(1 + 0,06) = \left(1 + \frac{j}{12}\right)^{12}$$

$$(1 + 0,06)^{\frac{1}{12}} = \left(1 + \frac{j}{12}\right)^{12 \cdot \frac{1}{12}}$$

$$1,004867551 = 1 + \frac{j}{12}$$

$$1,004867551 - 1 = \frac{j}{12}$$

$$j = 0,004867551 * 12$$

$$j = 5,841 \% \text{ anual}$$

Resolviendo el ejercicio en la fórmula de monto compuesto [37]

$$Mc = C(1 + i)^n$$

$$Mc = \text{USD } 51\,845,31 \left(1 + \frac{0,0584}{12}\right)^{60}$$

$$Mc = \text{USD } 69\,380,72$$

Valor acumulado luego de cinco años es de USD 69 380,72

Ejercicio 4.13

Calcúlese el valor actual de un terreno, utilizando un interés de 15 % anual con capitalización mensual, si se vendió con las siguientes condiciones: USD 10 000 de entrada o enganche; mensualidades vencidas por USD 800 durante cinco años y seis meses; un pago final y único de USD 35 000 un mes después de la última mensualidad

Datos

Cva_1 : ? Valor de un terreno al contado

Cva_2 : USD 10 000 (Entrada o enganche de capital)

R: USD 800

t: 5 años y 6 meses

t: 5,5 años

n: 66

j: 15 % anual

m: 12

Planteamiento de la fórmula combinada

$$Cva = \text{Entrada} + R \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] + \frac{Mc}{(1 + i)^n} \quad [62]$$

$$Cva = \text{USD } 10\,000 + \text{USD } 800 \left[\frac{1 - \left(1 + \frac{0,15}{12}\right)^{-66}}{\frac{0,15}{12}} \right] + \frac{\text{USD } 35\,000}{\left(1 + \frac{0,15}{12}\right)^{66}}$$

$$Cva = \text{USD } 10\,000,00 + \text{USD } 35\,809,17 + \text{USD } 15\,226,53$$

Valor del terreno al precio de contado: USD 61 035,70

4.13 ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

Ejercicios de autoevaluación

1. Calcúlese el monto de las siguientes anualidades simples ciertas vencidas:

a) USD 500 semestrales durante tres años al 8 % anual capitalizable semestralmente.

b) USD 800 trimestrales durante dos años a una tasa anual de 6 % capitalizable trimestralmente.

c) USD 240 mensual durante nueve meses, a una tasa anual de 5 % capitalizable mensualmente.

d) USD 2 000 anuales durante cinco años al 5 % anual capitalizable anualmente.

Compruebe la capitalización de las rentas a y b a través del método de monto compuesto.

2. Calcúlense el valor actual o capital valor de contado de las siguientes anualidades simples ciertas vencidas:

a) USD 700 durante dos años y medio al 18 % anual capitalizable semestralmente.

b) USD 1 200 trimestral durante un año y tres meses a una tasa anual de 9 % anual capitalizable trimestralmente.

c) USD 200 mensuales durante nueve meses, a una tasa de 14 % anual capitalizable mensualmente.

d) USD 2 800 anuales durante 10 años al 32 % anual capitalizable anualmente.

Compruebe la actualización de cada renta de los casos a y b a través del método de actualización compuesto.

3. El señor López deposita USD 1 500 cada trimestre en una cuenta de ahorros que paga el 8 % anual de interés capitalizable trimestralmente. ¿Cuánto habrá ahorrado al hacer el depósito número 95?

4. Cada tres meses, una persona deposita USD 4 000 en una cuenta de ahorros (ahorro meta de la Cooperativa Acción Rural) que paga el 6,50 % de interés anual convertible trimestralmente. Si el primer depósito se realizó el 1 de junio de 2018, ¿qué cantidad habrá en la cuenta inmediatamente después de realizar el depósito correspondiente al 1 de diciembre de 2030.
5. Con la idea de planificar la educación de su hijo, una persona piensa depositar USD 400 mensuales durante los próximos seis años. ¿A cuánto ascenderá el valor del fondo acumulado inmediatamente después de realizado el depósito número 72, si la inversión obtiene una tasa de interés del 6 % anual capitalizable mensualmente? Si pasados estos seis años no se realizan más depósitos, pero se permite al capital acumularse durante otros ocho años, ¿Cuánto dinero habrá al final de dicho plazo, si la tasa de interés asciende al 7 % efectivo equivalente anual capitalizable mensualmente?
6. Una familia ha estado pagando USD 1 000 mensuales por su casa. La tasa de interés sobre la hipoteca es del 18 % anual capitalizable mensualmente. Debido a una enfermedad, no les es posible cumplir con los pagos correspondientes a los días primeros de mayo, junio, julio y agosto. El 1 de septiembre desean efectuar un pago único que reduzca el valor de su deuda a lo que hubiera sido si hubieran efectuado todos sus pagos a tiempo ¿Cuál es el valor de este pago único para que equivalga al de los cinco pagos desde mayo hasta septiembre inclusive?
7. Calcúlese el valor actual de un terreno, utilizando un interés de 25 % anual con capitalización mensual, si se vendió con las siguientes condiciones:
 - a) USD 10 000 de entrada o enganche
 - b) Mensualidades vencidas por USD 800 durante cinco años y seis meses
 - c) Un pago final y único de USD 35 000 nueve meses después de la última mensualidad
8. Si se calculan los intereses a una tasa de 18 % anual convertible mensualmente, ¿qué pago único de inmediato (día de hoy) es equivalente a 36 pagos mensuales de USD 700 si el primero de ellos se hace dentro de un mes?
9. Una persona recibe un ingreso trimestral de USD 2 000 por sus acciones de la bolsa de valores. Este dinero es depositado en un banco que paga el

- 6 % de interés anual convertible trimestralmente en fechas fijas de capitalización que son el 31 de marzo, 30 de junio, 30 de septiembre y 31 de diciembre. Si el primer depósito se realiza el 30 de junio de 2018 y el último el 31 de diciembre de 2035, ¿qué cantidad habrá en la cuenta inmediatamente después del último depósito?
10. En la compra de un automóvil nuevo que cuesta USD 40 000 le reciben al licenciado González su automóvil usado por USD 10 000 ¿Le convendría pagar el resto en 36 mensualidades vencidas de USD 950, si lo más que desea pagar de interés es 1,25 % mensual?
11. ¿Qué cantidad se debería depositar el 31 de enero del presente año, para poder hacer 48 retiros de USD 1 200, a partir del último día de febrero de ese mismo año si la cuenta que se deposita paga 5 % anual de interés convertible cada mes?
12. Una persona decide contratar una deuda de USD 45 000 con un banco. Si este carga a este tipo de préstamos 14 % anual convertible mensualmente, ¿Cuánto tendría que pagar mensualmente la empresa para saldar su deuda dentro de 36 meses?
13. El señor Pérez adquirió un departamento en un condominio y acordó pagar, aparte de cierta cantidad mensual, anualidades por USD 50 000. Si acaba de realizar el trato hoy mismo, de manera que debe liquidar la primera anualidad exactamente dentro de un año, y si decide hacer depósitos mensuales en fondo de inversión que paga 3 % trimestral, ¿De cuánto tendrían que ser sus depósitos para poder acumular a fin de año la cantidad que necesita?
14. Una persona contrató una deuda que le obliga a pagar USD 25 000 el primero de enero de cada uno de varios años. Como ahora se da cuenta de que le sería más fácil pagar haciendo abonos mensuales vencidos, ¿de cuánto tendrían que ser los pagos el nuevo plan, si se considera el interés a 6 % anual convertible mensualmente?
15. Hoy es 15 de mayo. Dentro de cinco años, el primogénito del señor Mendoza cumplirá mayoría de edad y desea regalarle una motocicleta que calcula costará en ese tiempo (dentro de tres años) unos USD 9 000. Para adquirirla, decide ahorrar una cantidad mensual en un instrumento ban-

cario que rinde 0,65 % efectivo mensual. Si la tasa de rendimiento no cambiara en ese tiempo, ¿cuánto tendría que ahorrar el padre cada mes para poder adquirir la motocicleta?

16. Para saldar un préstamo de USD 78 000 contratado hoy, el deudor acuerda hacer cinco pagos semestrales iguales y vencidos y, finalmente, un pago único de USD 20 000 2,25 años después de realizado el último pago semestral. ¿De cuánto deberá ser cada uno de los pagos iguales, si el interés es de 20 % anual capitalizable semestralmente?

17. El 12 de abril de este año, la señorita Soto deposita USD 20 000 en una cuenta bancaria que paga 1,50 % bimestral de interés, Si comienza a hacer depósitos bimestrales iguales a partir del 12 de junio y acumula USD 130 238 inmediatamente después de realizar el depósito del 12 de diciembre del año siguiente. ¿De cuánto fueron sus depósitos?

18. La señora Jiménez desea vender un comedor que posee y que considera que vale USD 3 500. Hay dos compradores interesados que le hacen ciertas propuestas:

a) El comprador A ofrece pagarle 12 mensualidades vencidas de USD 310

b) B ofrece pagarle 18 mensualidades vencidas de USD 225

Considerando los intereses a razón de 18 % anual convertible mensualmente, ¿cuál oferta le conviene?

20 Una persona desea acumular USD 50 000 en seis años. Si se hacen depósitos de la misma cuantía al final de cada semestre en una cuenta de ahorros que paga el 5 % de interés convertible semestralmente. ¿Cuál es el valor de cada depósito?

21 Un banco carga el 12 % convertible mensualmente en préstamos pequeños. ¿Cuál es el valor de los pagos mensuales para que un préstamo de USD 4 000 se liquide en 12 pagos? ¿A cuánto ascienden sus intereses?

22 Una mujer compra un automóvil cuyo precio de factura es de USD 30 000. Paga USD 18 000 en efectivo y el resto en 36 pagos mensuales. Si la tasa de interés es del 14 % convertible mensualmente ¿Cuál es el valor de los pagos mensuales?

- 23 Una pareja espera disponer de un total de USD 25 000 al cabo de tres años para pagar el enganche o entrada de su casa. Para ello desea acumular este capital mediante depósitos mensuales a una cuenta de ahorro que paga el 6 % de interés convertible semestralmente. ¿Cuál será el valor de cada depósito?
- 24 Una persona quiere acumular USD 100 000 en un fondo de pensiones convertible mensualmente. Si su primer depósito lo realiza el 1 de junio de 2018 y, de acuerdo con sus planes, el último depósito debe realizarse el 31 de diciembre de 2035. ¿Cuál es el valor de cada depósito, si la tasa de interés estimada es del 5 % anual en promedio?
- 25 En la compra de un automóvil nuevo que cuesta USD 44 200 le reciben al licenciado González su automóvil usado por USD 15 000. ¿Le convendría pagar el saldo en 60 mensualidades vencidas de USD 720 si lo más que desea pagar de interés es 15 % mensual?
- 26 El señor López deposita USD 1 500 cada trimestre en una cuenta de ahorros que paga el 8 % anual de interés capitalizable trimestralmente. ¿Cuánto habrá ahorrado al hacer el depósito número 95?

Competencias a formar en los estudiantes

Tabla 4.3 Competencias que se deben formar en los estudiantes

COMPETENCIAS	AUTOVERIFICACIÓN
ACTITUDES Y VALORES	Cumplimiento de las normas
	Esfuerzo interés y dedicación en los trabajos dentro y fuera del aula
	Rigor, exactitud, profesionalismo
HABILIDADES INSTRUMENTALES	Resolución de problemas.
	Capacidad de organizar y planificar.
	Conocimientos básicos de la profesión.
INTERPERSONALES	Toma de decisiones
	Trabajo en equipo.
	Capacidad de trabajar en un equipo interdisciplinar.
	Compromiso ético.
SISTÉMICAS	Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica.
	Capacidad de aprender.
	Capacidad para adaptarse a nuevas situaciones.
	Capacidad para generar nuevas ideas (creatividad).
	Habilidad para trabajar de forma autónoma.
	Preocupación por la calidad.

CAPÍTULO V SISTEMAS DE AMORTIZACIÓN Y ACUMULACIÓN

¿Cómo predecir tu libertad financiera?

¿Cuánto dinero gastas?

¿Cuánto dinero ahorras?

¿Cuánto dinero inviertes?

ANÓNIMO

Objetivo

Aplicar los procedimientos metodológicos relacionados con los métodos de amortización y acumulación o ahorro largo plazo identificando situaciones problemáticas en las que se aplican.

Logros de aprendizaje

El lector estará en capacidad de:

- Analizar los diferentes tipos de amortización en el mercado financiero que permite aplicar la normativa ecuatoriana.
- Determinar las características de los sistemas de amortización alemán y francés para guiar a los usuarios del sistema financiero en una comprensión eficaz de las operaciones.
- Construir las tablas de amortización bajo los sistemas establecidos legalmente en Ecuador, bajo escenarios posibles con períodos de gracia, pagos en mora, pronto pago, entre otros.

5.1 CRÉDITO

Para BBVA (2016), una línea de crédito es una cantidad de dinero que una entidad financiera pone a disposición del cliente durante un período de tiempo. Al cliente no se le entrega esa cantidad al inicio de la operación, sino que podrá ir disponiendo de ella según las necesidades de cada momento.

La Constitución de la República del Ecuador dispone que la formulación de la política monetaria, crediticia, cambiaria y financiera es facultad exclusiva de la Función Ejecutiva y se instrumentará a través del Banco Central del Ecuador, razón por la cual se establecen normas que regulan la segmentación de la cartera de crédito de las entidades del sistema financiero nacional y en su artículo 1 tipifica los segmentos de créditos autorizados.

Tabla 5.1 Segmento de créditos

SEGMENTO DE CRÉDITO	CARACTERÍSTICAS	SUBSEGMENTOS
Crédito productivo	<ul style="list-style-type: none"> • Otorgado a personas naturales obligadas a llevar contabilidad o personas jurídicas • Plazo superior a un año • Monto: en al menos el 90 %, sea destinado para la adquisición de bienes de capital 	<p>Productivo corporativo (ventas anuales superiores a USD 5 000 000)</p> <p>Productivo empresarial (ventas anuales superiores a USD 1 000 000 y hasta USD 5 000 000)</p> <p>Productivo pymes (ventas anuales superiores a USD 100 000 y hasta USD 1 000 000)</p>
Crédito comercial ordinario	<ul style="list-style-type: none"> • Otorgado a personas naturales obligadas a llevar contabilidad o a personas jurídicas • Ventas anuales superiores a USD 100 000 • Destino: adquisición o comercialización de vehículos livianos • Fines productivos y comerciales 	

SEGMENTO DE CRÉDITO	CARACTERÍSTICAS	SUBSEGMENTOS
Crédito comercial prioritario	<ul style="list-style-type: none"> • Otorgado a personas naturales obligadas a llevar contabilidad o a personas jurídicas • Ventas anuales superiores a USD 100 000 • Destino: adquisición de bienes y servicios para actividades productivas y comerciales 	<p>Comercial prioritario corporativo (personas naturales obligadas a llevar contabilidad o personas jurídicas que registren ventas anuales superiores a USD 5 000 000.</p> <p>Comercial prioritario empresarial (ventas anuales superiores a USD 1 000 000 y hasta USD 5 000 000)</p> <p>Comercial prioritario pymes (ventas anuales superiores a USD 100 000 y hasta USD 1 000 000.</p>
Crédito de consumo ordinario	<ul style="list-style-type: none"> • Otorgado a personas naturales • Garantía: naturaleza prendaria o fiduciaria • Saldo adeudado sea superior a USD 5000 	
Crédito de consumo prioritario	<ul style="list-style-type: none"> • Otorgado a personas naturales • Destino: compra de bienes, servicios o gastos no relacionados con una actividad productiva, comercial y otras compras y gastos no incluidos en el segmento de consumo ordinario, incluidos los créditos prendarios de joyas 	
Crédito educativo	<p>Otorgadas a personas naturales para su formación y capacitación profesional o técnica y a personas jurídicas para el financiamiento de formación y capacitación profesional o técnica de su talento humano.</p>	
Crédito de vivienda de interés público	<ul style="list-style-type: none"> • Otorgado con garantía hipotecaria a personas naturales • Destino: adquisición o construcción de vivienda única y de primer uso 	

SEGMENTO DE CRÉDITO	CARACTERÍSTICAS	SUBSEGMENTOS
Crédito inmobiliario	<ul style="list-style-type: none"> • Garantía hipotecaria a personas naturales • Destino: adquisición de bienes inmuebles destinados a la construcción de vivienda propia no categorizados en el segmento de crédito vivienda de interés público, o para la construcción, reparación, remodelación y mejora de inmuebles propios. 	
Microcrédito	<ul style="list-style-type: none"> • Otorgado a una persona natural o jurídica con un nivel de ventas anuales inferior o igual a USD 100 000, o a un grupo de prestatarios • Garantía solidaria, destinado a financiar actividades de producción y/o comercialización en pequeña escala. 	<p>Microcrédito minorista: saldo adeudado en microcréditos a las entidades del sistema financiero nacional, sea menor o igual a USD 1000</p> <p>Microcrédito de acumulación simple: cuyo saldo adeudado en microcréditos a las entidades del sistema financiero nacional sea superior a USD 1000 y hasta USD 10 000</p> <p>Microcrédito de acumulación ampliada: saldo adeudado en microcréditos a las entidades del sistema financiero nacional sea superior a USD 10 000</p>
Crédito de inversión pública	<ul style="list-style-type: none"> • Financia programas, proyectos, obras y servicios encaminados a la provisión de servicios públicos, cuya prestación es responsabilidad del Estado • Pago: cargo a los recursos presupuestarios o rentas del deudor fideicomitidas a favor de la institución financiera pública prestamista 	Operaciones otorgadas a los gobiernos autónomos descentralizados y otras entidades del sector público.

Fuente: Adaptado de Registro oficial 484 (2015)

Para Jácome (2007), el papel de las instituciones financieras en la economía es sumamente importante. A través de ellas se lleva a cabo el proceso de asignación eficiente de recursos a los agentes económicos de un país y, con esto, se fomenta la inversión productiva y el desarrollo económico y social, permitiendo así una redistribución más justa y equitativa de uno de los factores de la producción, que es el capital.

En los numerales 3 y 4 del artículo 302 de la Constitución de la República del Ecuador, se establece que uno de los objetivos de la política monetaria, crediticia y financiera es orientar los excedentes de liquidez hacia la inversión requerida para el desarrollo del país, así como promover los niveles y relaciones entre las tasas de interés pasivas y activas que estimulen el ahorro nacional y el financiamiento de las actividades productivas.

Para la Asociación de Bancos Privados del Ecuador (2010), el desarrollo de una economía mundial es el reflejo del crecimiento de la actividad financiera. Esto, en el aumento y uso de productos y servicios financieros; es decir, el sistema financiero permite promover el desarrollo económico contribuyendo al progreso de la sociedad en Ecuador. Bajo estos enfoques, se organizan programas gubernamentales para contribuir con la dinamización de la economía, la reducción de la desigualdad y el incremento de la productividad en el sector empresarial, por lo cual se entregan créditos, bajo condiciones legalmente establecidas. Sin embargo, la mayor cantidad de las personas que solicitan el crédito en las entidades financieras desconocen del sistema de amortización y cómo elegir alguno, siendo este un factor determinante en el pago.

Por ello, las entidades del Sistema Financiero Nacional, conforme lo dictamina la norma, deben asegurarse de que el cliente conozca toda la información relativa a los sistemas de amortización del crédito para la toma de decisiones.

Amortizar

Según Valdéz (2016), la amortización es un término económico que se refiere al proceso de la distribución de un valor duradero en el tiempo. Adicionalmente, Rivera (2010), la propone como la extinción gradual de una deuda mediante pagos “R” periódicos, a decir realizados en intervalos de tiempos iguales que com-

prenden el interés y una parte del capital total; por tanto, amortizar es pagar la deuda hasta extinguirla de forma gradual.

5.2 SISTEMAS DE AMORTIZACIÓN

El Banco Central del Ecuador, a través de la regulación 058-2014, del 21 de mayo de 2014, publicada en el Registro Oficial 266, del 12 de junio del mismo año, regula la utilización de los sistemas de amortización que aplica el Sistema Financiero Nacional, para otorgar créditos.

Artículo 2.- Para el cálculo de los pagos por interés y capital de las operaciones de crédito, las entidades del Sistema Financiero Nacional deberán poner a disposición de los clientes la posibilidad de elegir el sistema de amortización a ser utilizado para la contratación del crédito, incluyendo de forma obligatoria, al menos, los siguientes:

Sistema de amortización francés o de dividendos iguales: aquel que genera dividendos de pago periódicos iguales, cuyos valores de amortización del capital son crecientes en cada período, y los valores de intereses sobre el capital adeudado son decrecientes; y,

Sistema de amortización alemán o de cuotas de capital iguales: aquel que genera dividendos de pago periódicos decrecientes, cuyos valores de amortización del capital son iguales para cada período, y los valores de intereses sobre el capital adeudado son decrecientes.

Adicionalmente, indica que se pueden presentar otras opciones de amortización, siempre observando que el cálculo del interés deberá efectuarse sobre los saldos de capital pendientes de pago.

Las IFI deben proveer información al cliente para una toma de decisiones, por lo que se dispone a presentar una hoja informativa con al menos los siguientes campos:

- a) El monto
- b) Plazo
- c) Tasa de interés efectiva referencial

- d) Tasa efectiva anual
- e) Valores de los dividendos
- f) Amortizaciones de capital
- g) Pago de intereses
- h) Detalle de los costos y gastos que incurre en el crédito
- i) Valor final por cancelar
- j) Esta información debe proporcionarse para cada sistema de amortización

Dicha información según el artículo 5, de la misma base legal, debe ser puesta a consideración en los siguientes aspectos:

- En el momento en que el cliente solicite información de un crédito.
- Al momento de otorgar una operación de crédito nueva.

Adicionalmente, las entidades del sistema financiero ecuatoriano están obligadas a presentar en su sitio web, simuladores de crédito, con al menos los sistemas de amortización obligatorios, bajo las disposiciones establecidas. He aquí un ejemplo de una banco de la localidad:

Tabla 5.1 Segmento de créditos

Fecha	Capital Inicial	Amortización mensual de capital	Pago Interest	Total Pagar Periodo	Saldo Capital	Pagos de Amortización	Total Interés	Total a Pagar
2020-01-01	\$ 3,000.00	\$ 1,000.00	\$ 36.00	\$ 1,036.00	\$ 2,000.00	\$ 36.00	\$ 36.00	\$ 1,072.00
2020-06-01	\$ 2,000.00	\$ 1,000.00	\$ 36.76	\$ 1,036.76	\$ 1,000.00	\$ 36.76	\$ 36.76	\$ 1,073.52
2020-12-01	\$ 1,000.00	\$ 1,000.00	\$ 37.50	\$ 1,037.50	\$ 0.00	\$ 37.50	\$ 37.50	\$ 1,075.00
Total	\$ 3,000.00	\$ 3,000.00	\$ 110.26	\$ 3,073.26	\$ 0.00	\$ 110.26	\$ 110.26	\$ 3,183.52

Fuente: Banco del Pacífico, 2020

Figura 5.2 Simulador de crédito del Banco Pichincha

Cuota	Fecha de pago	Capital	Interés	Seguro dmg.	Seguro incendio/vehículo	Interés grado	Valor cuota	Saldo
0	11-mar-2020	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	10000.0
1	11-abr-2020	191.31	65.50	0.0	0.0	0.0	894.80	9205.19
2	11-may-2020	190.71	64.9	0.0	0.0	0.0	894.80	8410.39
3	11-jun-2020	189.6	64.7	0.0	0.0	0.0	894.80	7615.59
4	11-jul-2020	188.13	64.6	0.0	0.0	0.0	894.80	6820.79
5	11-ago-2020	186.25	64.54	0.0	0.0	0.0	894.80	6025.99
6	11-sep-2020	184.02	64.5	0.0	0.0	0.0	894.80	5231.19

Fuente: Banco del Pichincha, 2020

Incluir en la bibliografía

5.2.1 Sistema de amortización francés, rentas o dividendos iguales

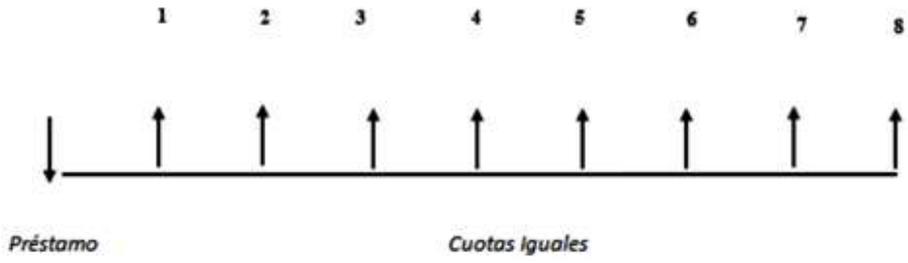
Según Aranzábal (2005), en este tipo de contrato, el prestatario se compromete a pagar un cierto número de cuotas constantes en los plazos fijados, sean estos semestralmente, anualmente, etc. El importe de cada cuota debe ser suficiente para pagar los intereses del período correspondiente y amortizar una parte del préstamo.

Es decir, en este sistema de amortización, son cuotas iguales y periódicas, efectuadas durante el plazo de pago. Su fórmula se deriva del sistema de progresiones geométricas, en que cada período se amortiza más, pero sus cuotas están determinadas conforme a la fórmula de rentas, pues son constantes e iguales.

Gráfica de valor

Período

Figura 5.3: Sistema de amortización francés



Ejercicio 5.1

Maritza Rodríguez desea realizar un crédito de consumo en BanEcuador por la cantidad de USD 5000, en un plazo de un año, pagaderos mensualmente. En dicha institución financiera, ofertan a una tasa de interés nominal anual del 15,20 %.

A través de los simuladores de créditos que presentan las IFI, sugeridos por la Junta de Regulación Monetaria y Financiera, presenta la siguiente tabla de amortización.

Figura 5.4 Simulador de crédito de BanEcuador



Detalle Simulación de Crédito

Tipo	Consumo	Tasa Nominal(%)	15.20
Destino	N/A	Tasa Efectiva(%)	16.30
Sector Económico	N/A	Monto(USD)	5,000.00
Facilidad	N/A	Plazo(Años)	1
Tipo Amortización	Cuota Fija	Fecha Simulación	2020-03-09
Forma de Pago	Mensual		

Recuerda: Esta información es una simulación de crédito que permite familiarizarse con nuestro sistema. No tiene validez como documento legal o como solicitud de crédito.

Periodo	Saldo	Capital	Interés	Cuota
0	5000.00			
1	4611.57	388.43	63.33	451.76
2	4218.22	393.35	58.41	451.76
3	3819.89	398.33	53.43	451.76
4	3416.51	403.38	48.39	451.76
5	3008.02	408.49	43.28	451.76
6	2594.36	413.66	38.10	451.76
7	2175.46	418.90	32.86	451.76
8	1751.25	424.21	27.56	451.76
9	1321.67	429.58	22.18	451.76
10	886.65	435.02	16.74	451.76
11	446.11	440.53	11.23	451.76
12	0.00	446.11	5.65	451.76

Fuente: Simulador de Crédito BanEcuador, 2020

Se puede observar que, cumpliendo con la normativa, la tabla de amortización está compuesta por cinco columnas básicas (período, saldo, capital y cuota).

Ahora bien, para entender mejor la tabla de amortización, se procede a realizar el cálculo de cada columna, de tal forma que se evidencie el uso de las matemáticas financieras para la construcción del mismo.

Datos del préstamo

Capital: USD 5 000

Plazo: 12 meses

Sistema de amortización: francés

Tasa de interés: 15,20 % nominal anual

Frecuencia de pago: mensual

Cálculo de la cuota

Al realizar el préstamo, la fecha de entrega del dinero o capital otorgado por la institución financiera será el punto de partida, o punto cero, por lo que se parte de una deuda antes del pago de las cuotas; es decir, para la determinación de la cuota se utilizará la fórmula de valor presente de una renta vencida [52].

$$Cva = R \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$
$$R = \frac{Cva * i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

En la fórmula se aplicará la tasa periódica que estará determinada a partir de una tasa nominal anual que presenta los datos. Para ese caso $i = j/m$; en razón de que es capitalizable mensualmente, se procede a dividir para 12 meses que tiene el año.

$$R = \frac{USD\ 5000 * \frac{0,152\ 0}{12}}{1 - \left(1 + \frac{0,152\ 0}{12}\right)^{-12}}$$

$$R = USD\ 451,76$$

La cuota por pagar mensualmente es de USD 451,76.

Cálculo del interés (primer período)

El interés partirá de la fórmula del interés simple [16]; sin embargo, deberá ser calculado por cada período (en el caso del ejemplo corresponde por mes hasta el mes 12), y sobre el saldo insoluto del capital.

$$Is = C * i * t$$

$$Is = USD\ 5000 * \frac{0,152\ 0}{12} * 1$$

$$Is = USD\ 63,33$$

Cálculo del capital (primer período)

Para realizar el cálculo de la columna del capital, se parte de la estructura de la fórmula original del monto simple [21]:

$$M = C + Is$$

Sobre esta base es necesario despejar la fórmula, para encontrar la variable C.

$$C = M - Is$$

$$C = \$451,76 - \$63,33$$

$$C = \$388,43$$

Cálculo del saldo (primer período)

Para el primer período, el saldo se calcularía de la siguiente manera:

Datos

Préstamo original USD 5 000

Capital del período1: USD 388,43

$$\text{Saldo (1)} = \text{USD } 5000 - \text{USD } 388,43$$

$$\text{Saldo (1)} = \text{USD } 4611,57$$

Una vez realizado el pago de la primera cuota, el saldo que se estaría adeudando por el préstamo será de USD 4 611,57. Ante la presencia del método de amortización francés, las cuotas establecidas de \$451,76 serán constante cada mes; sin embargo, en el último período, se realizan ajustes de decimales generalmente para comprometer el pago de la totalidad del préstamo.

Cálculo del interés (segundo período)

Para determinar el interés del segundo período, se toma del saldo del préstamo que se adeuda y, sobre ello, se calcular el interés correspondiente.

$$Is_2 = C * i * t$$

$$Is_2 = 4611,57 * \frac{0,1520}{12} * 1$$

$$Is_2 = \text{USD } 58,41$$

Cálculo del capital (segundo período)

Para determinar el capital del segundo período, se mantiene el valor constante de la cuota a pagar bajo el método de rentas o francés y se procede a restar del valor del interés calculado.

$$M = C + Is$$

$$C = M - Is$$

$$C = 451,76 - 58,41$$

$$C = \text{USD } 393,35$$

Cálculo del saldo (segundo período)

La resta se genera a partir del último saldo calculado menos el valor aportado de capital.

$$\text{Saldo del período 1} = 4611,57$$

$$\text{Valor del capital del período 2} = 393,35$$

$$\text{Saldo (2)} = 4611,57 - 393,35$$

$$\text{Saldo (2)} = \text{USD } 4218,22$$

El mismo proceso se lo realiza para los demás períodos hasta finalizar el plazo acordado y pagar en la totalidad la deuda.

Período 3: Interés $Is = C * i * t$ $Is_1 = 4218,22 * \frac{0,152}{12} * 1$ $Is_1 = \text{USD } 53,43$	Período 3: Abono al capital $M=C+ Is$ $C=M-Is$ $C = 451,76 - 53,43$ $C = 398,33$	Período 3 Saldo Saldo= 4218,22 – 398,33 Saldo= 3819,89
Período 4: Interés $Is = C * i * t$ $Is_1 = 3819,89 * \frac{0,152}{12} * 1$ $Is_1 = \text{USD } 48,39$	Período 4: Abono al capital $M=C+ Is$ $C=M-Is$ $C = 451,76 - 48,39$ $C = 403,38$	Período 4: Saldo Saldo= 3819,89 – 403,38 Saldo= 3416,51
Período 5: Interés $Is = C * i * t$ $Is_1 = 3416,51 * \frac{0,152}{12} * 1$ $Is_1 = \text{USD } 43,28$	Período 5: Abono al capital $M=C+ Is$ $C=M-Is$ $C = 451,76 - 43,28$ $C = 408,49$	Período 5: Saldo Saldo= 3416,51 – 408,49 Saldo= 3008,02
Período 6: Interés $Is = C * i * t$ $Is_1 = 3008,02 * \frac{0,152}{12} * 1$ $Is_1 = \text{USD } 38,10$	Período 6: Abono al capital $M=C+ Is$ $C=M-Is$ $C = 451,76 - 38,10$ $C = 413,66$	Período 6: Saldo Saldo= 3008,02 – 413,66 Saldo= 2594,36
Período 7: Interés $Is = C * i * t$ $Is_1 = 2594,36 * \frac{0,152}{12} * 1$ $Is_1 = \text{USD } 32,86$	Período 7: Abono al capital $M=C+ Is$ $C=M-Is$ $C = 451,76 - 32,86$ $C = 418,90$	Período 7: Saldo Saldo= 2594,36 – 418,90 Saldo= 2 75,46
Período 8: Interés $Is = C * i * t$	Período 8: Abono al capital $M=C+ Is$	Período 8: Saldo Saldo= 2175,46 – 424,21

$Is_1 = 2175,46 * \frac{0,152}{12} * 1$ $Is_1 = \text{USD } 27,56$	<p>C=M-Is C= 451,76 – 27,56 C= 424,21</p>	Saldo= 1751,25
<p>Periodo 9: Interés</p> $Is = C * i * t$ $Is_1 = 1751,25 * \frac{0,152}{12} * 1$ $Is_1 = \text{USD } 22,18$	<p>Periodo 9: Abono al capital</p> <p>M=C+ Is C=M-Is C= 451,76 – 22,18 C= 429,58</p>	<p>Periodo 9: Saldo</p> <p>Saldo= 1751,25 – 429,58 Saldo= 1321,67</p>
<p>Periodo 10: Interés</p> $Is = C * i * t$ $Is_1 = 1321,67 * \frac{0,152}{12} * 1$ $Is_1 = \text{USD } 16,74$	<p>Periodo 10: Abono al capital</p> <p>M=C+ Is C=M-Is C= 451,76 – 16,74 C= 435,02</p>	<p>Periodo 10: Saldo</p> <p>Saldo= 1321,67 – 435,02 Saldo= 886,65</p>
<p>Periodo 11: Interés</p> $Is = C * i * t$ $Is_1 = 886,65 * \frac{0,152}{12} * 1$ $Is_1 = \text{USD } 11,23$	<p>Periodo 11: Abono al capital</p> <p>M=C+ Is C=M-Is C= 451,76 – 11,23 C= 440,53</p>	<p>Periodo 11: Saldo</p> <p>Saldo= 886,65 – 440,53 Saldo= 446,11</p>
<p>Periodo 12: Interés</p> $Is = C * i * t$ $Is_1 = 446,11 * \frac{0,152}{12} * 1$ $Is_1 = \text{USD } 5,65$	<p>Periodo 12: Abono al capital</p> <p>M=C+ Is C=M-Is C= 451,76 – 5,65 C= 446,11</p>	<p>Periodo 12: Saldo</p> <p>Saldo= 446,11 – 446,11 Saldo= 0</p>

En el sistema francés, los valores a pagar o monto son iguales. Por el contrario, su aporte al capital aumenta, este método se ajusta a los criterios basados en el interés simple; pero el cálculo de las cuotas es por medio de la fórmula de rentas y anualidades.

5.2.2 Sistema de amortización alemán o de cuotas de capital iguales

Para Palma, Jiménez y Quintuizaca (2020), el sistema de amortización alemán es el que genera dividendos de pagos periódicos decrecientes, cuyos valores de amortización del capital son iguales para cada período, y los valores de intereses sobre el capital adeudado son decrecientes. Añade Pérez (2015) que, en el sistema de amortización alemán, hay una cuota de interés adicional al comienzo del primer año. Por lo expuesto, se cancela menos interés pero los pagos periódicos iniciales son más elevados.

Ejercicio 5.2

Bajo el mismo ejercicio citado en el método francés, para el caso de Maritza Rodríguez, se procederá a realizar la tabla de amortización con el sistema alemán.

Crédito de consumo en BanEcuador por la cantidad de USD 5 000, en un plazo de un año, pagaderos mensualmente. En dicha institución financiera ofertan a una tasa de interés nominal anual del 15,20 %.

En la tabla de amortización mostrada en el figura 5.5, se observa que las cuotas a pagar son decrecientes y a su vez el abono al capital es igual.

A continuación, se presenta el cálculo de las columnas que componen el método alemán.

Datos del préstamo:

Capital: USD 5000

Plazo: 12 meses

Sistema de amortización: alemán

Tasa de interés: 15,20 % nominal anual

Frecuencia de pago: mensual

Figura 5.5 Simulador de crédito aplicado al ejercicio



Detalle Simulación de Crédito

Tipo	Consumo	Tasa Nominal(%)	15.20
Destino	N/A	Tasa Efectiva(%)	16.30
Sector Económico	N/A	Monto(USD)	5,000.00
Facilidad	N/A	Plazo(Años)	1
Tipo Amortización	Cuota Decreciente	Fecha Simulación	2020-03-09
Forma de Pago	Mensual		

Recuerda: Esta información es una simulación de crédito que permite familiarizarse con nuestro sistema. No tiene validez como documento legal o como solicitud de crédito.

Periodo	Saldo	Capital	Interés	Cuota
0	5000.00			
1	4583.33	416.67	63.33	480.00
2	4166.67	416.67	58.06	474.72
3	3750.00	416.67	52.78	469.44
4	3333.33	416.67	47.50	464.17
5	2916.67	416.67	42.22	458.89
6	2500.00	416.67	36.94	453.61
7	2083.33	416.67	31.67	448.33
8	1666.67	416.67	26.39	443.06
9	1250.00	416.67	21.11	437.78
10	833.33	416.67	15.83	432.50
11	416.67	416.67	10.56	427.22
12	0.00	416.67	5.28	421.94

Fuente: Simulador de Crédito BanEcuador, 2020

Cálculo del capital

Para el cálculo bajo el método alemán, se inicia determinando el valor del abono al capital que va a efectuarse en el período, el mismo que es constante e igual durante el plazo establecido.

Tan solo se procede a dividir el valor total del préstamo otorgado para el número de períodos de pago acordados.

Valor del préstamo = USD 5 000

Número de Períodos =12

$$\text{Capital} = \frac{\text{Saldo}_{\text{periodo } 0}}{n} \quad [63]$$

$$\text{Capital} = \frac{\text{USD } 5000}{12}$$

$$\text{Capital} = \text{USD } 416,67$$

Cálculo del saldo

Una vez hallado el valor del abono al capital, el mismo que será igual durante todos los períodos pactados de pago, se procede a determinar el saldo insoluto, donde basta restar entre los valores saldo anterior y capital, para obtener el saldo para cada período.

$$\text{Saldo}_1 = \text{Saldo}_0 - \text{Capital}$$

$$\text{Saldo}_1 = \text{USD } 5\,000,00 - \text{USD } 416,67$$

$$\text{Saldo}_1 = \text{USD } 4\,583,33$$

Para determinar el saldo del segundo período su desarrollo será

$$\text{Saldo}_2 = \text{Saldo}_1 - \text{Capital}$$

$$\text{Saldo}_2 = \text{USD } 4\,583,33 - \text{USD } 416,67$$

$$\text{Saldo}_2 = \text{USD } 4\,166,67$$

Saldo del tercer período

$$\text{Saldo}_3 = \text{Saldo}_2 - \text{Capital}$$

$$\text{Saldo}_3 = \text{USD } 4\,166,67 - \text{USD } 416,67$$

$$\text{Saldo}_3 = \text{USD } 3\,750,00$$

El mismo proceso se repetirá para los demás períodos establecidos, hasta llegar al 12, la resta de un valor constante se puede contemplar como una progresión aritmética, y bajo este proceso se determina el valor del saldo a cualquier período sin la necesidad de poseer el saldo inmediato anterior, sino desde la deuda original.

Determinar el saldo de la deuda al período 10:

Datos

$$n = 10$$

$$a_1 = \text{USD } 5000$$

$$d = \text{USD } 416,67$$

$$a_{10} = ?$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_{10} = \text{USD } 5000,00 + (10 - 1) (-\text{USD } 416,67)$$

$$a_{10} = \text{USD } 1250$$

Entonces; el saldo insoluto del capital antes de cancelar el período 10 será de USD 1250, como se lo puede corroborar en la tabla de amortización.

Cálculo del interés (primer período)

Para calcular el interés bajo el sistema alemán, se parte del interés simple aplicado los datos obtenidos en la columna saldo, este deberá ser generado para cada período.

$$Is = C * i * t$$

$$Is = \text{USD } 5000,00 * \frac{0,1520}{12} * 1$$

$$Is = \text{USD } 63,33$$

Cálculo del interés (segundo período)

$$Is = C * i * t$$

$$Is_2 = USD 4583,33 * \frac{0,1520}{12} * 1$$

$$Is_2 = USD 58,06$$

Cálculo del interés (tercer período)

$$Is = C * t * i$$

$$Is_2 = USD 4166,67 * \frac{0,1520}{12} * 1$$

$$Is_2 = USD 52,78$$

Cálculo de la cuota (primer período)

Al determinar las cuotas de pago, se debe estar consiente que no son pagos iguales, en virtud de que son cuotas decrecientes, por el abono al capital que se lo realiza en proporcionales iguales.

El cálculo de la cuota parte de la fórmula original del monto:

Datos

$$M = ?$$

$$C = USD 416,67$$

$$Is_1 = USD 63,33$$

$$M = C + Is$$

$$M = USD 416,67 + USD 63,33$$

$$M = USD 480,00$$

Cálculo de la cuota (segundo período)

$$M=C+ I_{s_2}$$

$$M=USD\ 416,667+ USD\ 58,06$$

$$M= USD\ 474,72$$

Cálculo de la cuota (tercer período)

$$M=C+ I_{s_3}$$

$$M= USD\ 416,667+ USD\ 52,78$$

$$M=USD\ 469,44$$

De la misma forma, constituiría el desarrollo para los demás períodos.

Período 4: Interés	Período 4: Cuota	Período 4: Saldo
$I_s = C * i * t$	$M=C+ I_s$	Saldo= USD 3750 -
$I_{s_1} = USD\ 3750 * \frac{0,152}{12}$	$M=USD\ 416,67+$	USD 416,67
$* 1$	$USD\ 47,50$	Saldo= USD 3333,33
$I_{s_1}= USD\ 47,50$	$M=USD\ 464,17$	
Período 5: Interés	Período 5: Cuota	Período 5: Saldo
$I_s = C * i * t$	$M=C+ I_s$	Saldo= 3333,33 -416,67
$I_{s_1} = USD\ 3333,33$	$M=USD\ 416,67$	+ Saldo= USD 2916,67
$* \frac{0,152}{12} * 1$	USD 42,22	
$I_{s_1}= USD\ 42,22$	$M=USD\ 458,89$	

Período 6: Interés	Período 6: Cuota	Período 6 Saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 2916,67 -
$Is_1 = USD 2 916,67$	$M=USD 416,67$	+ USD 416,67
$* \frac{0,152}{12} * 1$	USD 36,94	Saldo= USD 2500
$Is_1 = USD 36,94$	$M=USD 453,61$	
Período 7: Interés	Período 7: Cuota	Período 7: Saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 2500 -
$Is_1 = USD 2500 * \frac{0,152}{12}$	$M= USD 416,67$	+ USD 416,67
$* 1$	USD 31,67	Saldo= USD 2083,33
$Is_1 = USD 31,67$	$M= USD 448,33$	
Período 8: Interés	Período 8: Cuota	Período 8: Saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 2083,33
$Is_1 = USD 2083,33$	$M=USD 416,67$	+ USD 416,67
$* \frac{0,152}{12} * 1$	USD 26,39	Saldo= USD 1666,67
$Is_1 = USD 26,39$	$M= USD 443,06$	
Período 9: Interés	Período 9: Cuota	Período 9: Saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 1666,67
$Is_1 = USD 1666,67$	$M=USD 416,67$	+ USD 416,67
$* \frac{0,152}{12} * 1$	USD 21,11	Saldo= USD 1250
$Is_1 = USD 21,11$	$M= USD 437,78$	

Período 10: Interés	Período 10: Cuota	Período 10: Saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 1250
$Is_1 = USD 1250 * \frac{0,152}{12} * 1$	$M=USD 416,67$	+ USD 416,67
$Is_1= USD 15,83$	USD 15,83	Saldo= USD 833,33
	$M=USD 432,50$	
Período 11: Interés	Período 11: Cuota	Período 11: Saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 833,33
$Is_1 = USD 833,33 * \frac{0,152}{12} * 1$	$M=USD 416,67$	+ USD 416,67
	USD 10,56	Saldo= USD 416,67
$Is_1= USD 10,56$	$M= USD 427,22$	
Período 12: Interés	Período 12: Cuota	Período 12: Saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 416,67 -
$Is_1 = USD 416,67 * \frac{0,152}{12} * 1$	$M= USD 416,67$	+ USD 416,67
	USD 5,28	Saldo= 0
$Is_1= USD 5,28$	$M= USD 421,94$	

En conclusión, el método alemán es un sistema de amortización basado en el interés simple, el mismo que constituye un proceso equitativo y relativamente justo para los intervinientes, en virtud de que los intereses son calculados sobre los saldos insolutos de la deuda del capital, la amortización es fija, y los pagos periódicos son decrecientes.

Diferencia entre los métodos de amortización alemán y francés

Tabla 5.2 Diferencia de métodos

CARACTERÍSTICAS	SISTEMAS DE AMORTIZACIÓN	
	FRANCÉS	ALEMÁN
CUOTA	Constante, igual	Decreciente
ABONO AL CAPITAL	Creciente	Constante, igual
INTERÉS	Decreciente	Decreciente
TOTAL INTERÉS	USD 421,16 Mayor en relación con el alemán	USD 348,34 Menor en relación con el francés

Las tablas de amortización, tanto del método francés como alemán, utilizan la misma estructura universal; sin embargo, difieren en las cuotas de pago, ambos métodos utilizan la tasa efectiva de cálculo en función de los períodos acordados y la frecuencia de pago.

Ejercicio de aplicación

Ejercicio 5.3

La microempresa Arellan desea realizar en el Banco del Pichincha un préstamo a corto plazo, el día de hoy, bajo los siguientes acuerdos:

Capital USD 3 000

Tiempo 24 meses

Tasa de interés: 20 % nominal anual

Frecuencia de pago: trimestral

Sistemas de amortización: alemán y francés

Datos

t = 24 meses

C = USD 3 000

j = 20 % nominal anual

i = 5 % efectivo

m = 3

n = 8

Resolución del ejercicio bajo el sistema de amortización francés

Cálculo de la cuota

$$Cva = R \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

$$R = \frac{Cva * i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

$$R = \frac{USD\ 3000,00 * \frac{0,20}{4}}{1 - \left(1 + \frac{0,20}{4}\right)^{-8}}$$

$$R = USD\ 464,17$$

*Cálculos generales:

Período 1: interés	Período 1: abono al capital	Período 1: saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 3000 –
$Is_1 = 3000 * 0,05 * 1$	$C=M-Is$	USD 314,17
$Is_1 = \text{USD } 150$	$C= \text{USD } 464,17 - 150$	Saldo= USD 2685,83
	$C= \text{USD } 314,17$	
Período 2: interés	Período 2: abono al capital	Período 2: saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 2685,84 –
$Is_1 = \text{USD } 2685,83 * 0,05$	$C=M-Is$	USD 329,87
$* 1$	$C= \text{USD } 464,17 - 134,29$	Saldo= USD 2355,96
$Is_1 = \text{USD } 134,29$	$C= \text{USD } 329,87$	
Período 3: interés	Período 3: abono al capital	Período 3: saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	
$Is_1 = \text{USD } 2355,96 * 0,05$	$C=M-Is$	Saldo= USD 2355,97 –
$* 1$	$C= \text{USD } 464,17 - \text{USD } 117,80$	USD 346,37
$Is_1 = \text{USD } 117,80$	$C= \text{USD } 346,37$	Saldo= USD 2009,59
Período 4: interés	Período 4: abono al capital	Período 4: saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 2009,61 –
$Is_1 = \text{USD } 2009,59 * 0,05$	$C=M-Is$	USD 363,69
$* 1$	$C= \text{USD } 464,17 - \text{USD } 100,48$	Saldo= USD 1645,91
$Is_1 = \text{USD } 100,48$	$C= \text{USD } 363,69$	
Período 5: interés	Período 5: abono al capital	Período 5: saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 1645,93 –
$Is_1 = \text{USD } 1645,91 * 0,05$	$C=M-Is$	USD 381,87
$* 1$	$C= \text{USD } 464,17 - \text{USD } 82,30$	Saldo= USD 1264,04
$Is_1 = \text{USD } 82,30$	$C= \text{USD } 82,30$	

Aplicación práctica de las matemáticas financieras en Ecuador

C= USD 381,87		
Período 6: interés	Período 6: abono al capital	Período 6: saldo
$Is = C * i * t$	M=C+ Is	Saldo= USD 1264,07 –
$Is_1 = USD 1264,04 * 0,05$	C=M-Is	USD 400,96
* 1	C= USD 464,17	– Saldo= USD 863,07
$Is_1 = USD 63,20$	USD 63,20	
	C= USD 400,96	
Período 7: interés		
Período 7: interés	Período 7: abono al capital	Período 7: saldo
$Is = C * i * t$	M=C+ Is	Saldo= USD 863,11 –
$Is_1 = USD 863,07$	C=M-Is	USD 421,01
* 0,05 * 1	C= USD 464,17 – 43,15	Saldo= USD 442,06
$Is_1 = USD 43,15$	C= USD 421,01	
Período 8: interés		
Período 8: interés	Período 8: abono al capital	Período 8: saldo
$Is = C * i * t$	M=C+ Is	Saldo= USD 442,11 –
$Is_1 = USD 442,06 * 0,05$	C=M-Is	USD 442,06
* 1	C= USD 464,17	– Saldo= 0
$Is_1 = USD 22,10$	USD 22,10	
	C= USD 442,06	

Tabla de amortización

Tabla 5.3 Ejercicio sistema de amortización francés

CLIENTE	Microempresa ARELLAN
CI	1804266961001
CAPITAL	USD 3000
TASA DE INTERÉS NOMINAL	20 %
MODALIDAD DE PAGO	Trimestral
NOMINA DE CUOTAS	8
SISTEMA DE AMORTIZACIÓN	FRANCÉS

Período	DETALLE	Capital periódico USD	Interés periódico USD	Monto periódico USD	Capital saldo insoluto USD
0	Préstamo N°1	-----	-----	-----	3 000,00
1	abono 1	314,17	150,00	464,17	2 685,83
2	abono 2	329,87	134,29	464,17	2 355,96
3	abono 3	346,37	117,80	464,17	2 009,59
4	abono 4	363,69	100,48	464,17	1 645,91
5	abono 5	381,87	82,30	464,17	1 264,04
6	abono 6	400,96	63,20	464,17	863,07
7	abono 7	421,01	43,15	464,17	442,06
8	abono 8	442,06	22,10	464,17	0,00
TOTAL		3 000,00	713,32	3 713,32	

Resolución del ejercicio bajo el sistema de amortización alemán

Cálculo del abono al capital

$$Capital = \frac{Saldo_{\text{período } 0}}{n}$$

$$Capital = \frac{3000}{8}$$

$$Capital = 375$$

Período 1: interés	Período 1: cuota	Período 1: saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 3000 –
$Is_1 = USD 3000 * 0,05$	$M=USD 375 + 150$	USD 375
* 1	$M=USD 525$	Saldo= USD 2625
$Is_1= USD 150$		
Período 2: interés	Período 2: cuota	Período 2: saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 2625 –
$Is_1 = USD 2625 * 0,05$	$M=USD 375 + USD 131,25$	USD 375
* 1	$M=USD 506,25$	Saldo= USD 2250
$Is_1= USD 131,25$		
Período 3: interés	Período 3: cuota	Período 3: saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 2250 –
$Is_1 = USD 2250 * 0,05$	$M=USD 375 + USD 112,50$	USD 375
* 1	$M=USD 487,50$	Saldo= USD 1875
$Is_1= USD 112,5$		

Período 4: interés	Período 4: cuota	Período 4: saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo=
$Is_1 = USD 1875 * 0,05$	$M=USD 375 + USD 93,75$	$USD 1875 - USD 375$
$* 1$	$M=USD 468,75$	Saldo= USD 1500
$Is_1= USD 93,75$		
Período 5: interés	Período 5: cuota	Período 5: saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 1500 –
$Is_1 = USD 1500 * 0,05$	$M= USD 375 + USD 75$	USD 375
$* 1$	$M=450$	Saldo= USD 1125
$Is_1= USD 75$		
Período 6: interés	Período 6: cuota	Período 6: saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 1125 –
$Is_1 = USD 1125 * 0,05$	$M=USD 375 + USD 56,25$	USD 375
$* 1$	$M=USD 431,25$	Saldo= USD 750
$Is_1= USD 56,25$		
Período 7: interés	Período 7: cuota	Período 7: saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 75 –
$Is_1 = USD 750 * 0,05 * 1$	$M=USD 375 + USD 37,5$	USD 375
$Is_1= USD 37,5$	$M=USD 412,50$	Saldo= USD 375
Período 8: interés	Período 8: cuota	Período 8: saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 375 –
$Is_1 = USD 375 * 0,05$	$M=USD 375 + USD 18,75$	USD 375
$* 1$	$M USD \$393,75$	Saldo= 0
$Is_1= USD 18,75$		

Tabla de amortización

Tabla 5.4 Ejercicio sistema de amortización alemán

CLIENTE	Microempresa ARELLAN
CI	1804266961001
CAPITAL	USD 3000
TASA DE INTERÉS NOMINAL	20 %
MODALIDAD DE PAGO	Trimestral
NOMINA DE CUOTAS	8
SISTEMA DE AMORTIZACIÓN	ALEMÁN

Período	DETALLE	Capital periódico USD	Interés periódico USD	Monto periódico USD	Capital saldo insoluto USD
0	Préstamo N°1	-----	-----	-----	3000,00
1	abono 1	375,00	150,00	525,00	2 625,00
2	abono 2	375,00	131,25	506,25	2 250,00
3	abono 3	375,00	112,50	487,50	1 875,00
4	abono 4	375,00	93,75	468,75	1 500,00
5	abono 5	375,00	75,00	450,00	1 125,00
6	abono 6	375,00	56,25	431,25	750,00
7	abono 7	375,00	37,50	412,50	375,00
8	abono 8	375,00	18,75	393,75	0,00
TOTAL		3000,00	675,00	3675,00	

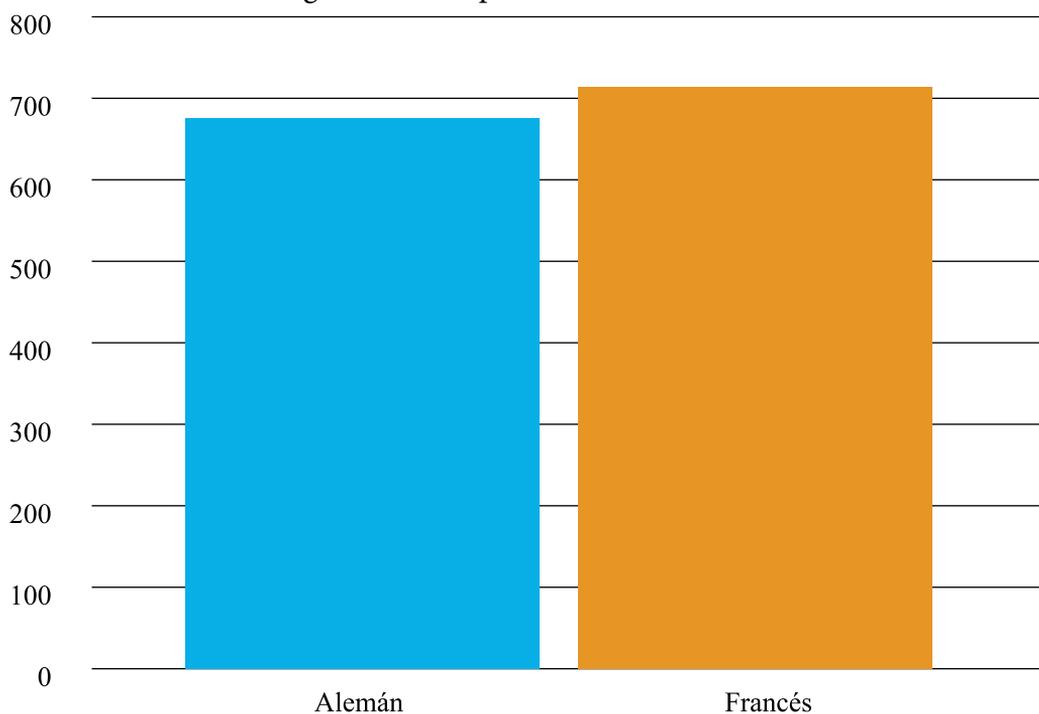
Comparación de los dos sistemas de amortización:

Tabla 5.5 Comparación de sistemas

MÉTODO	TOTALES		
	CAPITAL USD	INTERÉS USD	MONTO
Saldos deudores de capital	3000	675,00	3 675,00
Rentas y/o anualidades	3000	713,32	3 713,32

Comportamiento gráfico

Figura 5.6 Comportamiento del interés



5.3 TABLAS DE AMORTIZACIÓN CON TASAS DE INTERÉS REAJUSTABLES

Según la Resolución 133-2015-M, expedida por la Junta de Política y Regulación Monetaria y Financiera, en el capítulo V, artículo 24, menciona que se faculta estipular las tasa de interés reajustables en operaciones activas y pasivas de cualquier plazo. Tales reajustes deberán hacerse en períodos no inferiores a 90 días; sin embargo, las tasas de interés establecidas de esta forma no podrán superar la tasa activa efectiva máxima del segmento al que corresponde el crédito.

Este procedimiento de reajuste de la tasa de interés es utilizado por la banca en una economía incierta, de tal forma que se pretende proteger las inversiones crediticias.

Con la finalidad de visualizar la operación de las tasas reajustables, se presenta el siguiente caso:

Ejercicio 5.1

Daniela Jara desea realizar un préstamo a corto plazo por un valor de USD 4000, y una entidad financiera le ofrece esta operación bajo las siguientes condiciones:

Tiempo 150 días

Frecuencia de pago: mensual

Tasa de interés reajutable trimestralmente:

Primer trimestre 20 %

Segundo trimestre 17 %

Con lo establecido, realizar la tabla de amortización bajo los sistemas francés y alemán.

Resolución bajo el sistema de amortización francés

Cálculo de la cuota del primer trimestre

$$Cva = R \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

$$R = \frac{4000 * \frac{0,20}{12}}{1 - \left(1 + \frac{0,20}{12}\right)^{-5}}$$

$$R = \text{USD } 840,44$$

Cálculo de la cuota del segundo trimestre

$$Cva = R \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

$$R = \frac{Cva * i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

$$R = \frac{\text{USD } 1639,78 * \frac{0,17}{12}}{1 - \left(1 + \frac{0,17}{12}\right)^{-2}}$$

$$R = \text{USD } 837,35$$

Cálculos generales:

Período 1: interés	Período 1: abono al capital	Período 1: saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 4000 –
$Is_1 = USD 4000 * \frac{0,20}{12} * 1$	$C=M-Is$	USD 773,77
$Is_1= USD 66,67$	$C= USD 840,44 - 66,67$	Saldo= USD 3226,23
	$C= USD 773,77$	
Período 2: interés	Período 2: abono al capital	Período 2: saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 3226,23 –
$Is_1 = 3226,23 * \frac{0,20}{12} * 1$	$C=M-Is$	USD 786,67
$Is_1= USD 53,77$	$C= USD 840,44 - 53,77$	Saldo= USD 2439,56
	$C= USD 786,67$	
Período 3: interés	Período 3: abono al capital	Período 3: saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 2439,56 –
$Is_1 = USD 2439,56 * \frac{0,20}{12} * 1$	$C=M-Is$	USD 799,78
$Is_1= USD 40,66$	$C= USD 840,44- USD 40,66$	Saldo= USD 1639,78
	$C= USD 799,78$	
Período 4: interés	Período 4: abono al capital	Período 4: saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 1639,78 –
$Is_1 = USD 1639,78 * \frac{0,17}{12} * 1$	$C=M-Is$	USD 814,12
$Is_1= USD 23,23$	$C= USD 837,35 - USD 22,08$	Saldo= USD 825,66
	$C= USD 814,12$	
Período 5: interés	Período 5: abono al capital	Período 5: saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 825,66 –
$Is_1 = USD 82,66 * \frac{0,17}{12} * 1$	$C=M-Is$	USD 825,66
$Is_1= USD 11,69$	$C= USD 837,35 - USD 11,69$	Saldo= 0
	$C= USD 825,66$	

Tabla 5.6 Ejercicio sistema de amortización francés

CLIENTE	Daniela Jara
CI	1600416961
CAPITAL	USD 4000
TASA DE INTERÉS NOMINAL (Primer Trimestre)	20 %
TASA DE INTERÉS NOMINAL (Segundo Trimestre)	17 %
MODALIDAD DE PAGO	Mensual
NOMINA DE CUOTAS	5
SISTEMA DE AMORTIZACIÓN	FRANCÉS

Período	DETALLE	Capital periódico USD	Interés periódico USD	Monto periódico USD	Capital saldo insoluto USD
0	Préstamo N°2	-----	-----	-----	4000,00
1	abono 1	773,77	66,67	840,44	3 226,23
2	abono 2	786,67	53,77	840,44	2 439,56
3	abono 3	799,78	40,66	840,44	1 639,78
4	abono 4	814,12	23,23	837,35	825,66
5	abono 5	825,66	11,69	837,35	0,00
TOTAL		4 000,00	196,02	4 196,02	

Resolución bajo el sistema de amortización alemán

Cálculo del abono al capital

$$Capital = \frac{Saldo_{período 0}}{n}$$

$$Capital = \frac{USD 4000}{5}$$

$$Capital = USD 800$$

Período 1: interés	Período 1: cuota	Período 1: saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 4 000 –
$Is_1 = USD 4000 * \frac{0,20}{12}$	$M=USD 800 + USD 66,67$	USD 800
* 1	$M=USD 866,67$	Saldo= USD 3200
$Is_1 = USD 66,67$		
Período 2: interés	Período 2: cuota	Período 2: saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 3200 –
$Is_1 = USD 3200 * \frac{0,20}{12}$	$M= USD 800 + 53,33$	USD 800
* 1	$M=USD 853,33$	Saldo= USD 2400
$Is_1 = USD 53,33$		

Período 3: interés	Período 3: cuota	Período 3: saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 2400 –
$Is_1 = USD 2400 * \frac{0,20}{12}$	$M=USD 800 + USD 40$	USD 800
* 1	$M=USD 840$	Saldo= USD 1600
$Is_1= USD 40$		
Período 4: interés	Período 4: cuota	Período 4: saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 1600 –
$Is_1 = USD 1600 * \frac{0,17}{12}$	$M=USD 800 + USD 22,67$	USD 800
* 1	$M=USD 822,67$	Saldo= USD 800
$Is_1= USD 22,67$		
Período 5: interés	Período 5: cuota	Período 5: saldo
$Is = C * i * t$	$M=C+ Is$	Saldo= USD 800 –
$Is_1 = USD 800 * \frac{0,17}{12}$	$M=USD 800 + USD 11,33$	USD 800
* 1	$M=USD 811,33$	Saldo= 0
$Is_1= USD 11,33$		

Tabla de amortización

Tabla 5.7 Ejercicio sistema de amortización alemán

CLIENTE	Daniela Jara
CI	1600416961
CAPITAL	USD 4 000
TASA DE INTERÉS NOMINAL (Primer Trimestre)	20 %
TASA DE INTERÉS NOMINAL (Segundo Trimestre)	17 %
MODALIDAD DE PAGO	Mensual
NOMINA DE CUOTAS	5
SISTEMA DE AMORTIZACIÓN	ALEMÁN

Período	DETALLE	Capital periódico USD	Interés periódico USD	Monto periódico USD	Capital saldo insoluto USD
0	Préstamo Nº2	-----	-----	-----	4 000,00
1	abono 1	800,00	66,67	866,67	3 200,00
2	abono 2	800,00	53,33	853,33	2 400,00
3	abono 3	800,00	40,00	840,00	1 600,00
4	abono 4	800,00	22,67	822,67	800,00
5	abono 5	800,00	11,33	811,33	0,00
TOTAL		4 000,00	194,00	4 194,00	

Ejercicio 5.6

Una persona realiza una compra de un vehículo por USD 30 000 a un plazo de 14 meses a una tasa del 10 % anual capitalizable mensualmente.

- a) Construya la tabla de amortización.
- b) La cuota 4 registra 24 días de mora.
- c) Se desea realizar un abono luego de pagar la cuota 6 de USD 4000 y mantiene el plazo pactado.

Tabla de amortización

Tabla 5.8 Tabla de amortización

Período	DETALLE	Capital periódico USD	Interés periódico USD	Monto periódico USD	Capital saldo insoluto USD
28-jul	P/r crédito				30 000,00
27-ago	cuota 1	2 029,19	250,00	2 279,19	27 970,81
26-sep	cuota 2	2 046,10	233,09	2 279,19	25 924,70
26-oct	cuota 3	2 063,15	216,04	2 279,19	23 861,55
25-nov	cuota 4	2 080,35	198,85	2 279,19	21 781,20
25-dic	cuota 5	2 097,68	181,51	2 279,19	19 683,52
24-ene	cuota 6	2 115,16	164,03	2 279,19	17 568,36
23-feb	cuota 7	2 132,79	146,40	2 279,19	15 435,56
25-mar	cuota 8	2 150,56	128,63	2 279,19	13 285,00
24-abr	cuota 9	2 168,48	110,71	2 279,19	11 116,52
24-may	cuota 10	2 186,56	92,64	2 279,19	8 929,96
23-jun	cuota 11	2 204,78	74,42	2 279,19	6 725,18
23-jul	cuota 12	2 223,15	56,04	2 279,19	4 502,03
22-ago	cuota 13	2 241,68	37,52	2 279,19	2 260,36
21-sep	cuota 14	2 260,36	18,84	2 279,19	0,00
TOTALES	30 000,00	1 908,71	31 908,71		

Días de mora

La cuota 4 registra 24 días de mora

imora: 1,1 veces la tasa de interés

imora: $1,1 * 0,10$

imora: 11 % anual

Período	DETALLE	Capital periódico USD	Interés periódico USD	Monto periódico USD	Capital saldo insoluto USD
25-nov	cuota 4	2 080,35	198,85	2 279,19	21 781,20

$$I_{mora} = C * t * i_{mora} \quad [64]$$

$$I_{mora} = 2080,35 * 24 * \frac{0,11}{360}$$

$$I_{mora} = 15,26$$

$$\text{Valor a pagar} = \text{Cuota de pago} + \text{Interés mora}$$

$$\text{Valor a pagar} = 2279,19 + 15,26$$

$$\text{Valor a pagar} = 2294,45$$

Abono luego de pagar una cuota

Se desea realizar un abono luego de pagar la cuota 6 de USD 4000 y mantiene el plazo pactado.

Saldo luego de pagar cuota 4: USD 21 781,20

Abono extraordinario crédito: 4 000,00

Nuevo saldo adeudado: USD 17 781,20

n: 8 cuotas (14 cuotas – 6 pagadas)

j= 10 %

Resolución

$$R = \frac{Cva * i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$
$$R = \frac{USD 17 781,20 * \frac{0,10}{12}}{1 - \left(1 + \frac{0,10}{12}\right)^{-8}}$$

R = USD 2306,81 Nuevo valor de la renta a pagar

Tabla de amortización con período de gracia

Ejercicio 5.7

Una empresa realiza un crédito por USD 12 000 a 12 meses con seis períodos de gracia, fuera del tiempo pagado. Durante este período de gracia, se acuerda no cancelar, ni capital ni interés; la tasa es del 10 % anual capitalizable mensualmente.

Resolución del ejercicio

Como primer paso, corresponde elaborar la tabla de la renta en condiciones normarles, en este caso para los 12 meses, con la finalidad de estimar el valor de los intereses que se generaran los primeros seis meses de gracia.

Usando en método de rentas se tiene:

Tabla 5.9 Períodos de gracia

Período	DETALLE	Capital periódico USD	Interés periódico USD	Monto periódico USD	Capital saldo insoluto USD
12-ago	P/r crédito				10 000,00
11-sep	cuota 1	795,83	83,33	879,16	9 204,17
11-oct	cuota 2	802,46	76,70	879,16	8 401,72
10-nov	cuota 3	809,14	70,01	879,16	7 592,57
10-dic	cuota 4	815,89	63,27	879,16	6 776,69
09-ene	cuota 5	822,69	56,47	879,16	5 954,00
08-feb	cuota 6	829,54	49,62	879,16	5 124,46
10-mar	cuota 7	836,46	42,70	879,16	4 288,00
09-abr	cuota 8	843,43	35,73	879,16	3 444,58
09-may	cuota 9	850,45	28,70	879,16	2 594,12
08-jun	cuota 10	857,54	21,62	879,16	1 736,58
08-jul	cuota 11	864,69	14,47	879,16	871,89
07-ago	cuota 12	871,89	7,27	879,16	0,00
		10 000,00	549,91	10 549,91	

En la tabla 5.10, se puede observar cómo se cuantifican los intereses cuando se establecen períodos de gracia.

Tabla 5.10 Intereses períodos de gracia

Período	DETALLE	Capital periódico USD	Interés periódico USD	Monto periódico USD	Capital saldo insoluto USD
12-ago	P/r crédito				10 000,00
11-sep	Gracia 1	-	83,33	-	10 083,33
11-oct	Gracia 2	-	76,70	-	10 160,03
10-nov	Gracia 3	-	70,01	-	10 230,05
10-dic	Gracia 4	-	63,27	-	10 293,32
09-ene	Gracia 5	-	56,47	-	10 349,79
08-feb	Gracia 6	-	49,62	-	10 399,41
10-mar	cuota 1	827,61	86,66	914,27	9 571,80
09-abr	cuota 2	834,51	79,76	914,27	8 737,29
09-may	cuota 3	841,46	72,81	914,27	7 895,83
08-jun	cuota 4	848,47	65,80	914,27	7 047,35
08-jul	cuota 5	855,55	58,73	914,27	6 191,81
07-ago	cuota 6	862,67	51,60	914,27	5 329,13
06-sep	cuota 7	869,86	44,41	914,27	4 459,27
06-oct	cuota 8	877,11	37,16	914,27	3 582,16
05-nov	cuota 9	884,42	29,85	914,27	2 697,73
05-dic	cuota 10	891,79	22,48	914,27	1 805,94
04-ene	cuota 11	899,22	15,05	914,27	906,72
03-feb	cuota 12	906,72	7,56	914,27	0,00
		10 399,41	571,87	10 971,28	

Fondos de acumulación

Para Gutiérrez (2020), la constitución de fondos es un ahorro o una inversión que se va acumulando mediante depósitos, generalmente iguales, los cuales generan un interés, dichos depósitos tienen una periodicidad preestablecida.

Es decir, es un proceso de acumulación gradual, opuesto a la tabla de amortización, pues en esta última, sus cuotas permiten cancelar una deuda previamente establecida, mientras que en el caso del fondo realizan aportes para una vez acumulado poder capitalizar los valores en el futuro.

Es un fondo de aportes periódicos, ideal para planificación de actividades cotidianas como puede ser acumulación de fondos para el financiamiento de la universidad de los hijos, jubilación, viajes, entre otros.

Ejercicio 5.7

Una persona quiere acumular un valor futuro de USD 4500 durante nueve meses plazo a una tasa de interés nominal del 6 % anual capitalizable mensualmente. Se pide: ¿cuánto deberá depositar cada mes por la renta para acumular dicho valor? Construya el respectivo fondo de acumulación.

Datos

m: 12

M: USD 4 500

j: 6 % anual

n: 9

Planteamiento de la fórmula de la renta a partir del monto [53]:

$$R = \frac{M * i}{(1 + i)^n - 1}$$
$$R = \frac{4500 * \frac{0,06}{12}}{\left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^9 - 1}$$
$$R = 490,08$$

Total del capital depositado, ecuación [61]

$$Cva = R * n$$

$$Cva = 490,08 * 9$$

$$Cva = 4410,75$$

Monto de la renta: 4 500,00

Interés ganado:

$$I = M - Cva$$

$$I = USD 4500,00 - USD 4410,75$$

$$I = USD 89,25$$

Tabla de acumulación

Tabla 5.11 Fondos de acumulación

FONDOS DE ACUMULACIÓN				
Cliente: Pérez				
Valor de la renta	USD 490,08		Capital invertido	USD 4 410,75
Monto renta	USD 4 500,00		Interés ganado	USD 89,25
Tiempo	9	meses		
Tasa interés	6,00 %	anual		
Capitalización	12	mensual		

Período	Detalle	Renta USD (1)	Interés periódico USD (2)	Monto periódico USD 3= 1+2	Capital saldo insoluto USD 4= 4+3
19-ago	firma contrato	-	-	-	-
17-nov	P/R depósito 1	490,08	-	490,08	490,08
15-feb	P/R depósito 2	490,08	2,45	492,53	982,62
16-may	P/R depósito 3	490,08	4,91	495,00	1477,61
14-ago	P/R depósito 4	490,08	7,39	497,47	1975,08
12-nov	P/R depósito 5	490,08	9,88	499,96	2475,04
10-feb	P/R depósito 6	490,08	12,38	502,46	2977,50
11-may	P/R depósito 7	490,08	14,89	504,97	3482,47
09-ago	P/R depósito 8	490,08	17,41	507,50	3989,97
07-nov	P/R depósito 9	490,08	19,95	510,03	4 500,00
	TOTALES	4 410,75	89,25	4 500,00	

Ejercicio 5.8

Una persona quiere acumular un valor futuro de USD 20 000 durante 24 meses plazo a una tasa de interés nominal del 7 % anual capitalizable trimestralmente; se pide: ¿cuánto deberá depositar cada mes por la renta para acumular dicho valor? Construya el respectivo fondo de acumulación.

Datos

t: 2 años

m: 4

M: USD 20 000

j: 7 % anual

n: 8

Planteamiento de la fórmula de la renta a partir del monto [53]:

$$R = \frac{M * i}{(1 + i)^n - 1}$$

$$R = \frac{USD\ 20\ 000 * \frac{0,07}{4}}{\left(1 + \frac{0,07}{4}\right)^8 - 1}$$

$$R = USD\ 2350,86$$

Total del capital depositado

$$Cva = R * n$$

$$Cva = USD\ 2350,86 * 8$$

$$Cva = USD\ 18\ 806,87$$

Monto de la renta USD 20 000

Interés ganado

$$I = M - Cva$$

$$I = USD\ 20\ 000,00 - USD\ 18\ 806,87$$

$$I = USD\ 1193,13$$

Tabla de acumulación

Tabla 5.12 Fondos de acumulación

FONDOS DE ACUMULACIÓN				
Cliente: Pérez				
Valor de la renta	USD 2 350,86		Capital invertido	USD 18 806,87
Monto renta	USD 20 000,00		Interés ganado	USD 540,00
Tiempo	8	meses		
Tasa interés	6,00 %	anual		
Capitalización	12	mensual		

Período	Detalle	Renta USD (1)	Interés periódico USD (2)	Monto periódico USD 3= 1+2	Capital saldo insoluto USD 4= 4+3
18-may	Firma contrato	-	-	-	-
18-jun	P/R depósito 1	2 350,86	-	2 350,86	2 350,86
18-jul	P/R depósito 2	2 350,86	41,14	2 392,00	4 742,86
18-ago	P/R depósito 3	2 350,86	83,00	2 433,86	7 176,72
18-sep	P/R depósito 4	2 350,86	125,59	2 476,45	9 653,17
18-oct	P/R depósito 5	2 350,86	168,93	2 519,79	12 172,96
18-nov	P/R depósito 6	2 350,86	213,03	2 563,89	14 736,84
18-dic	P/R depósito 7	2 350,86	257,89	2 608,75	17 345,59
18-ene	P/R depósito 8	2 350,86	303,55	2 654,41	20 000,00
TOTALES		18 806,87	1193,13	20 000,00	4 500,00

Tasa real

Según Molinares, Barboza y Algarin (2009), la tasa de interés real indica el rendimiento que este obtiene luego de considerar el efecto de la pérdida de valor del dinero en el tiempo, y bajo la propuesta de Babcomer (2020), es la diferencia entre el tipo de interés nominal y la inflación y permite calcular el coste real de un préstamo o la rentabilidad real de un depósito, ya que el efecto de la inflación hay que descontarlo de la ganancia/pago en intereses.

La tasa real es aquella tasa que representa el verdadero rendimiento de una inversión, es decir, está libre del componente inflacionario o tasa de corrección monetaria. Esta busca medir el rendimiento de la inversión en términos reales de poder de compra, una vez eliminada de los cálculos la distorsión generada por la inflación. Matemáticamente se encuentra restando de la tasa de interés menos la tasa inflacionaria.

Fórmula de cálculo

$$i_{R=} \left(\frac{i - i_i}{1 + i_i} \right) \quad [65]$$

Donde

i_R =Tasa real

i_i =Tasa de inflación

i =Tasa de mercado

$$i_{R=} \left(\frac{\text{tasa de mercado} - \text{tasa de Inflación}}{1 + \text{tasa de Inflación}} \right) * 100$$

Ejercicio 5.9

Determine la tasa real, si la tasa de interés es del 10 % anual y la inflación asciende a 2,50 % anual.

Datos

$$i = 10 \% \text{ anual}$$

$$i_i = 2,50 \% \text{ anual}$$

$$i_R = ?$$

Planteamiento de la fórmula

$$i_R = \left(\frac{i - i_i}{1 + i_i} \right)$$

$$i_R = \left(\frac{0,10 - 0,025}{1 + 0,025} \right) * 100$$

$$i_R = 7,32 \% \text{ anual}$$

En el presente caso, el inversionista, si bien recibe un 10 % anual, el 2,5 % le permite mantener el poder adquisitivo de la moneda y el 7,32 % representa un interés o rendimiento real.

Ejercicio 5.10

Determine la tasa real si la tasa de interés es del 4 % anual y la inflación asciende al 9 % anual.

Datos

$$i = 4 \% \text{ anual}$$

$$i_i = 9 \% \text{ anual}$$

$$i_R = ?$$

Planteamiento de la fórmula

$$i_R = \left(\frac{i - i_i}{1 + i_i} \right)$$

$$i_R = \left(\frac{0,04 - 0,09}{1 + 0,09} \right) * 100$$

$$i_R = -4,59 \% \text{ anual}$$

En el presente caso, el inversionista mantiene el poder adquisitivo en un 4 % anual y obtiene una pérdida real o desinversión del -4,59 % anual.

Ejercicio 5.11

La empresa del señor Pérez hizo una inversión en pólizas de acumulación en el banco que reconoce una tasa real 5 % anual, si la inflación asciende al 2 % anual, determine: ¿cuál es la tasa de interés? (tasa de mercado).

Para este ejercicio, se considera un caso inverso a los dos ejercicios anteriores, donde consiste en encontrar la tasa de mercado si se conoce la tasa de inflación o de corrección monetaria y la tasa real.

Datos

$$i = ?$$

$$i_i = 2 \% \text{ anual}$$

$$i_R = 5 \% \text{ anual}$$

Despejando la fórmula

$$i_R = \left(\frac{i - i_i}{1 + i_i} \right)$$

$$i_R(1 + i_i) = i - i_i$$

$$i = i_i + \{i_R(1 + i_i)\}$$

Reemplazando la fórmula

$$i = 0,02 + \{0,05 (1 + 0,02)\}$$

$$i = 7,10 \%$$

En conclusión, la tasa de mercado del 7,10 % está compuesta por la inflación 2 % anual más la tasa real del 5 % anual.

Cuantificación corrección monetaria e interés simple real

A través del presente ejercicio se demostrará el valor de la corrección monetaria y los intereses reales.

Ejercicio 5.12

La empresa del señor López, hizo una inversión en pólizas de acumulación en el Banco de Guayaquil por un valor de USD 3 000 durante un año. El banco reconoce una tasa de mercado del 7,10 % anual determine ¿Cuánto tendrá ahorrado al final del primer año de interés y monto simple si la inflación existente es del 2 % anual?

Se pide que compruebe la composición del interés de mercado recibido por parte del banco. ¿A cuánto asciende el valor de la corrección monetaria o valor correspondiente al poder adquisitivo de la moneda y a cuál es el valor de los intereses reales? (Ganancia o pérdida real).

Datos

C= USD 3 000

t= 1 año

ii = 2 % inflación o corrección monetaria

i= 7,1 % anual

Desarrollo del ejercicio

Paso 1. Determinación del interés y monto simple con la tasa de mercado

$$I_s = C * t * i$$

$$I_s = \text{USD } 3000 * 1 \text{ año} * 0,071 \text{ anual}$$

$$I_s = \text{USD } 213$$

El interés simple que ha ganado el inversionista luego de un año es de USD 213.

$$M_s = C + I_s$$

$$M_s = \text{USD } 3000 + 213$$

$$M_s = \text{USD } 3213$$

El monto simple que recibirá el inversionista es de USD 3 213 al final del año. (Como se puede observar en esta respuesta obtenida, no se puede cuantificar el valor del poder adquisitivo de la moneda, peor aún el valor real de interés simple, este resultado es el que conoce formalmente el ahorrista o inversionista).

Paso 2. Cálculo de la corrección monetaria e interés real

El valor correspondiente a la corrección monetaria o poder adquisitivo de la moneda, denominado capital corregido (C_c).

Planteamiento de la fórmula

$$C_c = C \{1 + (i_i * t)\} \quad [66]$$

Donde:

C_c : corrección monetaria

i_i = tasa de inflación

t = tiempo

$$C_c = \text{capital} \{1 + (\text{tasa de inflación} * \text{tiempo})\}$$

Reemplazando los datos

$$C_c = \text{USD } 3000,00 \{1 + (0,02 \text{ anual} * 1 \text{ año})\}$$

$$C_c = \text{USD } 3060,00$$

Se entendería que si un inversionista dispone de hoy de USD 3 000 con una inflación del 2 % anual luego de un año ese capital debería ascender a USD 3 060, para poder mantener el poder adquisitivo de la moneda, es decir USD 60 es la suma de dinero que permite mantener el poder adquisitivo de la moneda de un año a otro. Financieramente los USD 3 060, se denomina capital corregido (Cc).

Paso 3. Determinación de la tasa real

Datos

$i = 7,10$ % anual

$i_i = 2$ % anual

$i_R = ?$

Planteamiento de la fórmula

$$i_R = \left(\frac{i - i_i}{1 + i_i} \right)$$

$$i_R = \left(\frac{0,0710 - 0,02}{1 + 0,02} \right) * 100$$

$i_R = 5$ % anual

Paso 4. Generación del interés simple real

Datos

Cc: USD 3 060

$i_R : 5$ % anual

t: 1 año

Interés simple real = capital corregido * tiempo * tasa de interés real

$$I_{s_{\text{real}}} = Cc * t * iR$$

$$I_{s_{\text{real}}} = \text{USD } 3\,060 * 1 \text{ año} * 0,05 \text{ anual}$$

$$I_{s_{\text{real}}} = \text{USD } 153$$

El interés simple real es de USD 153, al ser positivo indica que efectivamente ese es el valor que corresponde a lo realmente ganado.

Al estar interesado en conocer el monto simple total que se recibirá (capital + corrección monetaria más intereses reales) se procederá así:

Monto simple para recibir = capital corregido + interés simple real

$$M_s = \text{USD } 3\,060 + \text{USD } 153$$

$$M_s = \text{USD } 3213$$

Concluyendo, el interés simple de USD 3 213, están compuestos por una cantidad de dinero perteneciente a la corrección monetaria de la inflación y la diferencia a intereses reales ganados o perdidos como se podrá comprobar:

- **Interés simple = USD 213** Cantidad de dinero que recibe de la institución financiera luego de transcurrido el plazo correspondiente. Este valor de interés simple está compuesto por USD 60 de inflación y USD 153 de interés real.
- **USD 153** Cantidad de dinero que realmente obtendrá el inversionista como interés simple real.
- **Cc = USD 60** Cantidad de dinero que corrige la pérdida del poder adquisitivo del capital luego de transcurrido un año. Para mantener el poder adquisitivo de la moneda de un año con respecto a otro el capital corregido deberá ascender a USD 3 060 (USD 3000 + USD 60)

5.4 ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

1. El señor Pérez firmó un acuerdo con el Banco Solidario para constituir un fondo de cesantía, para lo cual acuerda acumular la suma total de USD 24 000 durante un tiempo de 72 meses a una tasa de interés del 6 % anual capitalizable mensualmente. Construya la tabla de acumulación.
2. El señor Pérez firmó un acuerdo con el Banco Solidario para constituir un fondo de cesantía, para lo cual acuerda acumular la suma total de USD 10 000 durante un tiempo de nueve meses a una tasa de interés del 8 % anual capitalizable trimestralmente, construya la tabla de acumulación.
3. Usted tiene planificado, cuando se gradué de ingeniero en Contabilidad y Auditoría implementar una oficina de servicios profesionales en el área de auditoría, contabilidad y tributación, para lo cual estima que necesitará endeudarse en un banco o cooperativa de la localidad en una suma de USD 12 000, durante 24 meses a una tasa de interés anual del 12 % anual, pago de cuotas mensuales, construya la respectiva tabla de amortización bajo el método de saldos deudores de capital y rentas.
4. Usted tiene una deuda en la Cooperativa San Jorge por una suma de USD 120 000, durante 120 meses a una tasa de interés anual del 12 % anual, construya la respectiva tabla de amortización bajo el método de saldos deudores de capital. Las cuotas se pagarán mensualmente. Realice los cálculos de las tres primeras filas o cuotas 1, 120; 2, 120 y 3, 120. Usando progresiones calcule el total de las columnas interés y cuotas de pago, también totalice columna capital. Reconstruya la cuota 95.
5. Usted tiene planificado endeudarse en un banco o cooperativa de la localidad en una suma de USD 20 000, durante 12 meses a una tasa de interés anual del 12 % anual, pago de cuotas mensuales, construya la respectiva tabla de amortización bajo el método de rentas y/o anualidades, y saldos. Identifique seis diferencias importantes.

Adicionalmente realice las siguientes opciones en el método de rentas.

- a) Recalcule la cuota de pago 5/12 que quedó en mora 18 días.

- b) Recalcule las cuotas de pago bajo el siguiente criterio. Si cayó sábado, se pagará el viernes; si cayó domingo, se pagará el lunes.
- c) El cliente dispone de dinero y decide hacer un abono de USD 4 000 luego de pagar la cuota de pago 5/12; adicional decide mantener el número de cuotas restantes.
- d) El cliente dispone de dinero y decide hacer un abono de USD 4 000 luego de pagar a cuota de pago 5/12; adicional decide pagar el saldo en 10 cuotas más.
- e) Al inicio del crédito, el cliente recibe seis períodos de gracia, no abona ni capital ni interés.
- f) Al inicio del crédito el cliente recibe tres períodos de gracia, abona solo intereses.
- g) El cliente decide liquidar el crédito pagando la cuota 7/12, ¿Por cuánto deberá firmar el cheque correspondiente?

Competencias para formar en los estudiantes

Tabla 5.13 Competencias que se deben formar en los estudiantes

COMPETENCIAS	AUTOVERIFICACIÓN
ACTITUDES Y VALORES	Cumplimiento de las normas
	Esfuerzo interés y dedicación en los trabajos dentro y fuera del aula
	Rigor, exactitud, profesionalismo
HABILIDADES INSTRUMENTALES	Resolución de problemas.
	Capacidad de organizar y planificar.
	Conocimientos básicos de la profesión.
INTERPERSONALES	Toma de decisiones
	Trabajo en equipo.
	Capacidad de trabajar en un equipo interdisciplinar.
	Compromiso ético.
SISTÉMICAS	Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica.
	Capacidad de aprender.
	Capacidad para adaptarse a nuevas situaciones.
	Capacidad para generar nuevas ideas (creatividad).
	Habilidad para trabajar de forma autónoma.
	Preocupación por la calidad.

CAPÍTULO VI

VAN, TIR Y EXCEL PARA LAS FINANZAS

*La tecnología es importante,
pero lo único que realmente importa
es qué hacemos con ella.*
MUHAMMAD YUNUS

OBJETIVO

Aplicar fórmulas financieras proporcionadas por la hoja de cálculo de Microsoft Excel logrando que los lectores simulen las condiciones financieras operativas y desarrollen reportes especializados reduciendo el tiempo operativo.

LOGROS DE APRENDIZAJE

El lector estará en capacidad de:

- Conocer las principales funciones del Excel a nivel financiero.
- Combinar funciones financieras específicas y complementarias para lograr una automatización eficaz en la toma de decisiones.
- Valuar proyectos de inversión a través de funciones específicas VP, VNA, TIR.
- Utilizar las matemáticas financieras como herramienta de programación de modelos a través de una hoja de cálculo.

6.1 VALOR ACTUAL NETO (VAN-VNA)

Molina (2017) define al VAN como un indicador financiero que mide los flujos de los futuros ingresos y egresos que tendrá un proyecto, para determinar, si luego de descontar la inversión inicial, nos quedaría alguna ganancia. Si el resultado es positivo, el proyecto es viable.

VAN es una herramienta financiera para tomar decisiones en proyectos de inversión, se puede considerar como la comparación entre la inversión inicial de un proyecto versus los flujos actualizados de los ingresos futuros.

Adicionalmente, Boero, C, (2020) menciona que el VAN, mide la rentabilidad en valores monetarios que exceden luego de recuperar la inversión, según este criterio la decisión de inversión se apoya en el siguiente razonamiento:

- Si el $VAN > 0$, la inversión debe llevarse a cabo ya que es rentable para la empresa, pues genera rendimientos por encima de lo exigido.
- Si el $VAN < 0$, la inversión no debe llevarse a cabo, porque la inversión no producirá lo esperado, es decir, se mantendrá por debajo de la rentabilidad exigida. Por lo tanto, no es aceptable.
- Si el $VAN = 0$, es igual que la inversión se realice o no ya que no modifica el patrimonio de la empresa; sin embargo, el proyecto no agrega valor monetario por encima de la rentabilidad exigida, pues es necesario añadir otros criterios de valoración.

Fórmula de cálculo

$$VAN = -I_0 + \sum_{t=1}^n \frac{f_c t}{(1+i)^t} \quad [67]$$

Donde

I_0 = inversión inicial

fc = flujo de caja

i = tasa de descuento, costo del fondo propio

t = tiempo

Ejercicio 6.1

La cadena hotelera De Glace tiene en mente realizar una inversión para la apertura de un nuevo hotel en Ecuador, la inversión requiere la infraestructura total por un valor de USD 900 000; sin embargo, en su decisión debe tomar la localización.

- Si el hotel se localiza en la región Costa, obtendrá un flujo constante anual de USD 210 000 durante los próximos cinco años.
- En la región Sierra, tendrá en consideración para los próximos cinco años un flujo de USD 125 000, USD 180 000, USD 220 000, USD 270 000 y USD 310 000, respectivamente.

Con los datos expuestos, en qué región le conviene construir el hotel, si se conoce que la tasa de actualización es del 5,20 % anual requerida por el inversionista. Hallar el valor actual neto.

Datos

Tabla 6.1 Datos ejercicio

VARIABLES	REGIÓN COSTA USD	REGIÓN SIERRA USD
Inversión Inicial	-900 000	-900 000
Flujo Año 1	220 000	125 000
Flujo Año 2	220 000	180 000
Flujo Año 3	220 000	220 000
Flujo Año 4	220 000	270 000
Flujo Año 5	220 000	310 000
Tasa Anual	5,20 %	5,20 %

Cálculo del VAN, región Costa:

$$VAN_{Costa} = -I_0 + \frac{fc_1}{(1+i)^1} + \frac{fc_2}{(1+i)^2} + \frac{fc_3}{(1+i)^3} + \frac{fc_4}{(1+i)^4} + \frac{fc_5}{(1+i)^5}$$

$$VAN_{Costa} = -USD 900 000 + \frac{USD 220 000}{(1+0,052)^1} + \frac{USD 220 000}{(1+0,052)^2} + \frac{USD 220 000}{(1+0,052)^3} + \frac{USD 220 000}{(1+0,052)^4} + \frac{USD 220 000}{(1+0,052)^5}$$

$$VAN_{Costa} = -USD 900 000 + USD 947 241,88$$

$$VAN_{Costa} = USD 47 241,88$$

Cálculo del VAN, región Sierra:

$$VAN_{sierra} = -I_0 + \frac{fc_1}{(1+i)^1} + \frac{fc_2}{(1+i)^2} + \frac{fc_3}{(1+i)^3} + \frac{fc_4}{(1+i)^4} + \frac{fc_5}{(1+i)^5}$$

$$VAN_{sierra} = -USD\ 900\ 000 + \frac{USD\ 125\ 000}{(1+0,052)^1} + \frac{USD\ 180\ 000}{(1+0,052)^2} + \frac{USD\ 220\ 000}{(1+0,052)^3} + \frac{USD\ 270\ 000}{(1+0,052)^4} + \frac{USD\ 310\ 000}{(1+0,052)^5}$$

$$VAN_{sierra} = -USD\ 900\ 000 + USD\ 931\ 467,12$$

$$VAN_{sierra} = USD\ 31\ 467,12$$

DECISIÓN: al comparar las dos alternativas respecto a los flujos de caja representados en el mismo período de tiempo y con una inversión inicial similar de USD 900 000, se puede deducir que la mejor alternativa es la región Costa para la apertura de un nuevo hotel; sin embargo, no se desecha la opción de la Sierra, porque conforme la regla de decisión es positivo el VAN, por lo que se sugiere continuar el análisis bajo la tasa interna de retorno, con la finalidad de complementar la toma de decisiones bajo otra herramienta financiera.

6.2 TASA INTERNA DE RETORNO

Según Moreno (2017), la Tasa Interna de Retorno (conocida como TIR), que, por definición, es la tasa donde el VAN es igual a cero, donde el negocio no tiene ni pérdidas ni ganancias, o es donde el proyecto se encuentra en su punto de equilibrio.

Al igual que el VAN, la TIR también es una herramienta de decisión financiera utilizada generalmente en proyectos a través de tasas de rendimiento o retorno.

Reglas de decisión:

Si la TIR, es $\geq i$, se debe invertir (el proyecto brinda una rentabilidad mayor a la mínima requerida)

Si la TIR, es $\leq i$, no se debe invertir (el proyecto brinda una rentabilidad menor a la mínima requerida).

Fórmula de cálculo a partir de la ecuación [67]

$$0 = -I_0 + \sum_{t=1}^n \frac{f c_t}{(1+i)^t}$$

Ejercicio 6.2

Un emprendimiento exige un desembolso inicial de USD 6 000. El flujo de caja constante mensual durante los cuatro siguientes meses de vigencia del proyecto es de USD 2 000. Calcular la tasa interna de retorno si el costo de oportunidad fijado por el inversionista es del 18 %

Datos

$I_0 = -\text{USD } 6\,000$

$f c = \text{USD } 2\,000$ (mensuales)

TIR = ?

Paso 1: lo primero que se procede a realizar es igualar la fórmula del VAN [67] a cero.

$$0 = -I_0 + \sum_{t=1}^n \frac{f c_t}{(1+i)^t}$$

$$0 = -\text{USD } 6000 + \frac{\text{USD } 2000}{(1+i)^1} + \frac{\text{USD } 2000}{(1+i)^2} + \frac{\text{USD } 2000}{(1+i)^3} + \frac{\text{USD } 2000}{(1+i)^4}$$

Con la fórmula expuesta, se puede demostrar que, a una i dada, la ecuación deberá igualarse a cero; sin embargo, es oportuno preguntarse ¿Por dónde empezaría a descubrir esa tasa de descuento?

Paso 2: método del tanteo

Para la igualación a cero, se requiere resolver por el sistema del tanteo. Es importante empezar con una tasa de descuento base para conocer el comportamiento de los datos.

A una tasa dada del 10 %; reemplazando $i = 0,10$

$$0 = -\text{USD } 6000 + \frac{\text{USD } 2000}{(1+0,10)^1} + \frac{\text{USD } 2000}{(1+0,10)^2} + \frac{\text{USD } 2000}{(1+0,10)^3} + \frac{\text{USD } 2000}{(1+0,10)^4}$$

$$339,73 = -6000 + 6339,73$$

A una tasa dada del 15 %; reemplazando $i = 0,15$

$$0 = -\text{USD } 6000 + \frac{\text{USD } 2000}{(1+0,15)^1} + \frac{\text{USD } 2000}{(1+0,15)^2} + \frac{\text{USD } 2000}{(1+0,15)^3} + \frac{\text{USD } 2000}{(1+0,15)^4}$$

$$-290,04 = -6000 + 5709,96$$

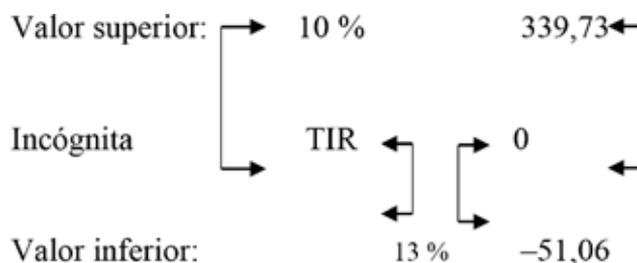
A una tasa dada del 13 %; reemplazando $i = 0,13$

$$0 = -\text{USD } 6000 + \frac{\text{USD } 2000}{(1 + 0,13)^1} + \frac{\text{USD } 2000}{(1 + 0,13)^2} + \frac{\text{USD } 2000}{(1 + 0,13)^3} + \frac{\text{USD } 2000}{(1 + 0,13)^4}$$

$$-\text{USD } 51,06 = -\text{USD } 6000 + \text{USD } 5498,94$$

Paso 3: Sistema de interpolación

Para el proceso de interpolación, se requiere de una respuesta lo más cercana a cero positiva, y una respuesta lo más cercana a cero tendiente a negativo.



Paso 4: Planteamiento del sistema de interpolación

$$\frac{0,10 - 0,13}{339,73 - (-51,06)} = \frac{0,10 - \text{TIR}}{339,73 - 0}$$

$$-0,000076767 = \frac{0,10 - \text{TIR}}{339,73}$$

$$-0,026080248 = 0,10 - \text{TIR}$$

$$\text{TIR} = 12,6 \% \text{ ANUAL}$$

DECISIÓN. Al comparar el costo de oportunidad del 18 % versus el TIR del 12,6 % anual, se determina, en este caso, que el proyecto no es viable.

El valor actual neto es una herramienta financiera que permite determinar la viabilidad de un proyecto en términos económicos, pues basta con que sea positivo la cuantificación monetaria permitirá dar aval a este proyecto. La debilidad de VAN está en que no permite visualizar con objetividad cuán atractivo es el proyecto para el inversionista en términos de rentabilidad, pues basta que sea positivo, no importa si es USD 1 o USD 200 000. No así la TIR que, de manera clara y precisa, permite determinar cuán eficiente ha sido la inversión inicial en la generación del flujo de utilidades estimadas. Esto, traducido en porcentajes, lo que permite objetivar cuán favorable o viable es un proyecto, pues al comparar la TIR con el costo de oportunidad fácilmente se podrá decidir la viabilidad o no de un proyecto.

Sin embargo, el VAN funciona siempre y la TIR puede llevar a la toma de decisiones financieras equívocas, pues no aplica ante la presencia de más de un cambio de signo en los flujos de fondos que se estima que genere el proyecto.

Para concluir con este análisis, se puede pensar en más alternativas para la toma de decisiones de inversión. En el caso de que no se invierta ese dinero en el proyecto, se podrá invertir en la banca con costos de oportunidad del 4 % al 6 % en mercado de valores de 8 %-10 % con ciertos niveles de riesgo, mientras que, en un proyecto que sea único o innovador, el costo de oportunidad, dependiendo de la naturaleza de la inversión y los niveles de riesgo, estará fijado en porcentajes superiores al 20 %.

6.3 EXCEL PARA LAS FINANZAS

A continuación, se presentan las fórmulas de mayor utilidad en el ámbito financiero para la determinación de valores futuros, presentes y toma de decisiones, dichas fórmulas son procesadas bajo el software de Microsoft Excel.

6.3.1 Función pago

Calcula el pago de un préstamo basado en pagos y tasa de interés constante.

Argumentos de función en Excel

Tasa: tasa de interés por período de préstamo

Nper: número total de pagos del préstamo

Va: valor actual

Vf: valor futuro o saldo en efectivo que se desea lograr después de efectuar el último pago y que se asume 0 si se omite.

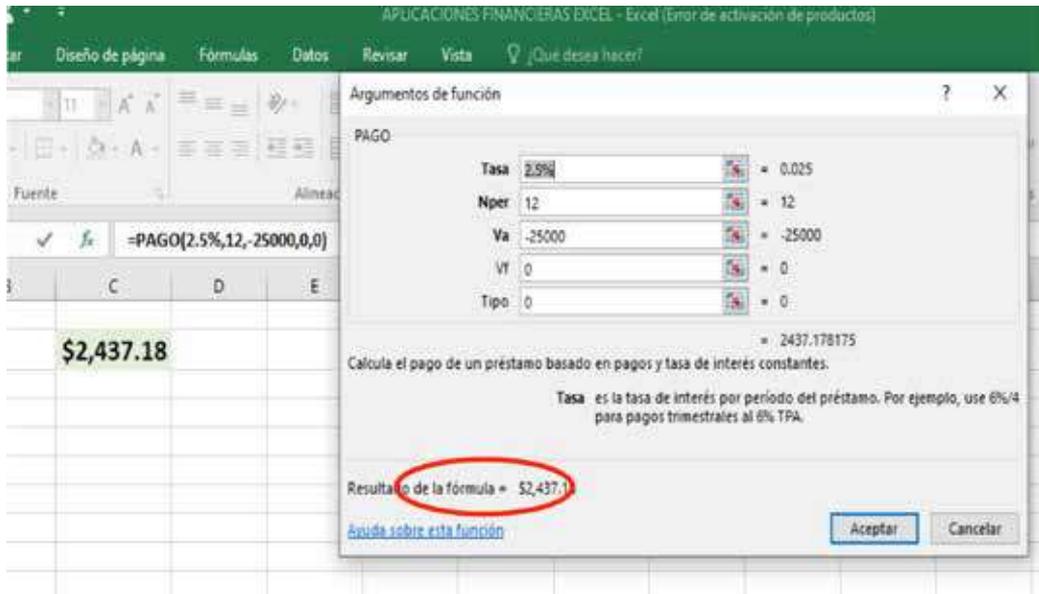
Tipo: valor lógico, para pago al comienzo del período 1; para pago al final del período 0 u omitirlo.

Ejercicio 6.3

Se aspira comprar un lote de terreno que cuesta USD 25 000. Su plan es depositar 12 cuotas mensuales con una tasa de interés del 2,50 % mensual. Calcular el valor de las cuotas.

Sintaxis de la fórmula en Excel: =PAGO (2,50 %,12,-25 000,00)

Figura 6.1 Función pago (Microsoft Excel, 2012)



6.3.2 Función valor actual

VA: devuelve el valor presente de una inversión, la suma total de una serie de pagos futuros.

Tasa: tasa de interés por período

Pago: es el pago efectuado en cada período y no puede cambiar durante la vigencia de la inversión

Nper: número total de períodos de pago en una inversión

Vf: valor futuro o saldo en efectivo que se desea obtener después de efectuar el último pago

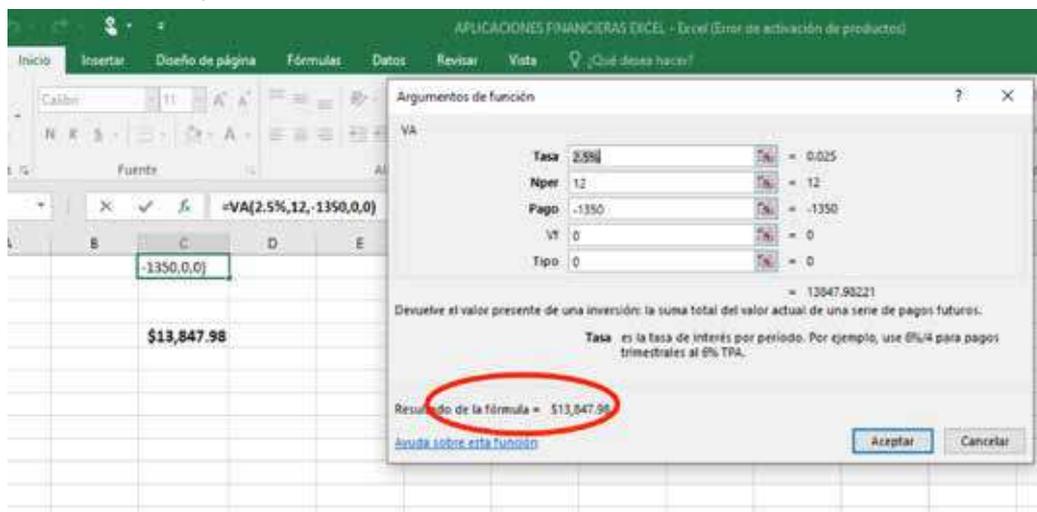
Tipo: valor lógico, para pago al comienzo del período 1; para pago al final del período 0 u omitirlo

Ejercicio 6.4

Se compró un vehículo a través de 12 cuotas mensuales iguales de USD 1 350. La concesionaria cobra el 2,5 % mensual. Calcular el valor actual del vehículo.

Sintaxis de la fórmula en Excel: =VA(2,5 %,12,-1 350,0,0)

Figura 6.2 Función valor actual (Microsoft Excel, 2012)



6.3.3 Función valor futuro

VF: devuelve el valor futuro de una inversión basados en pagos periódicos constantes y una tasa de interés constante.

Tasa: tasa de interés por período

Pago: es el pago efectuado en cada período y no puede cambiar durante la vigencia de la inversión.

Nper: número total de períodos de pago en una inversión.

Va: valor actual o la suma total de una serie de pagos futuros; si se omite el VA=0

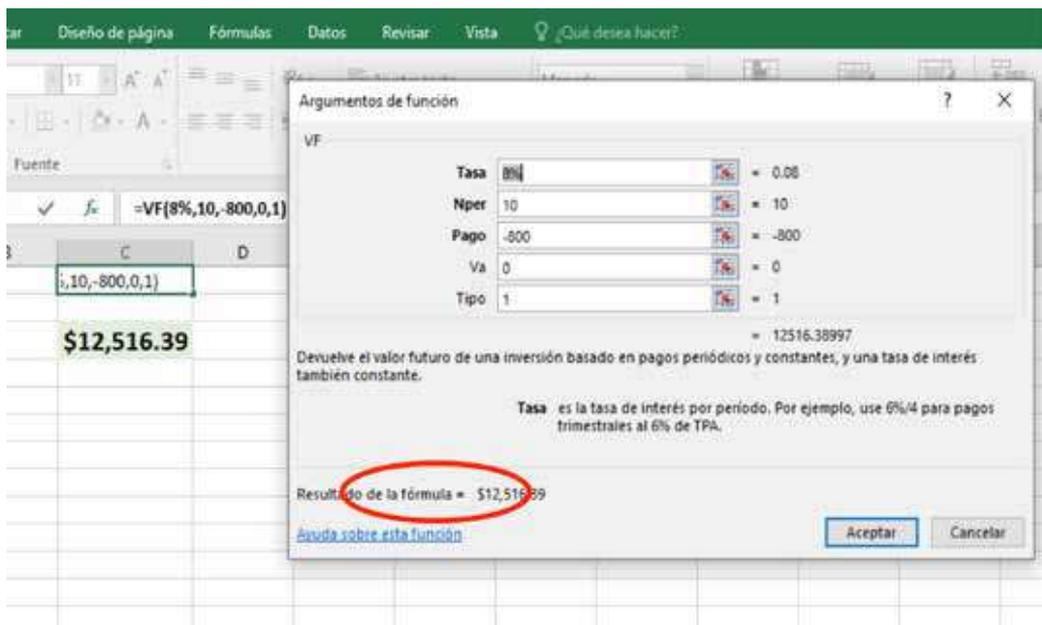
Tipo: valor lógico, para pago al comienzo del período 1; para pago al final del período 0 u omitirlo

Ejercicio 6.5

Daniela Guerra deposita USD 800 al inicio de cada semestre, durante cinco años, en una entidad financiera que paga una tasa del 8,0 % semestral. ¿Cuánto dinero tendrá acumulado en ese tiempo?

Sintaxis de la fórmula en Excel: =VF (8 %, 10,-800,0,1)

Figura 6.3 Función valor futuro (Microsoft Excel, 2012)



6.3.4 Función tasa

Devuelve la tasa de interés por período de un préstamo o una inversión.

Nper: número total de períodos de pagos de un préstamo o una inversión.

Pago: es el pago efectuado en cada período y no puede cambiar durante la vigencia de la inversión.

Va: valor actual o la suma total de una serie de pagos futuros.

Vf: valor futuro o saldo en efectivo que se desea obtener después de efectuar el último pago.

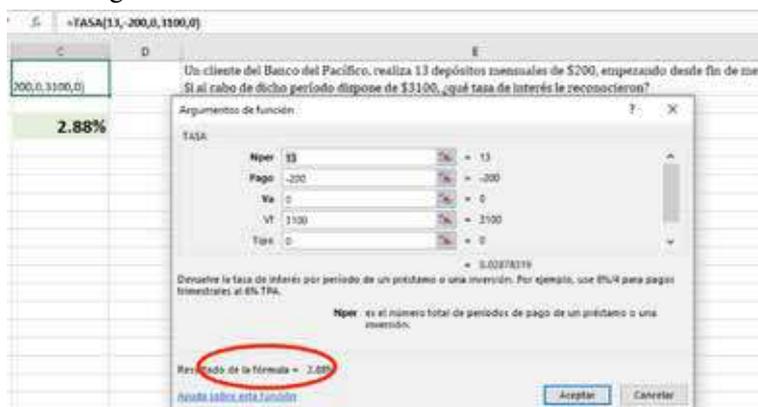
Tipo: valor lógico, para pago al comienzo del período 1; para pago al final del período 0 u omitirlo.

Ejercicio 6.6

Un cliente del Banco del Pacífico realiza 13 depósitos mensuales de USD 200, empezando desde fin de mes. Si al cabo de dicho período dispone de USD 3 100, ¿qué tasa de interés le reconocieron?

Sintaxis de la fórmula en Excel: =TASA (13,-200,0,3 100,0)

Figura 6.4 Función tasa (Microsoft Excel, 2012)



6.3.5 Función número de períodos

NPER: devuelve el número de pagos de una inversión, basados en pagos periódicos constantes y una tasa de interés constante.

Tasa: tasa de interés por período.

Pago: es el pago efectuado en cada período y no puede cambiar durante la vigencia de la inversión.

Nper: número total de períodos de pago en una inversión.

Va: valor actual o la suma total de una serie de pagos futuros.

Vf: valor futuro o saldo en efectivo que se desea obtener después de efectuar el último pago y que se asume 0 si se omite.

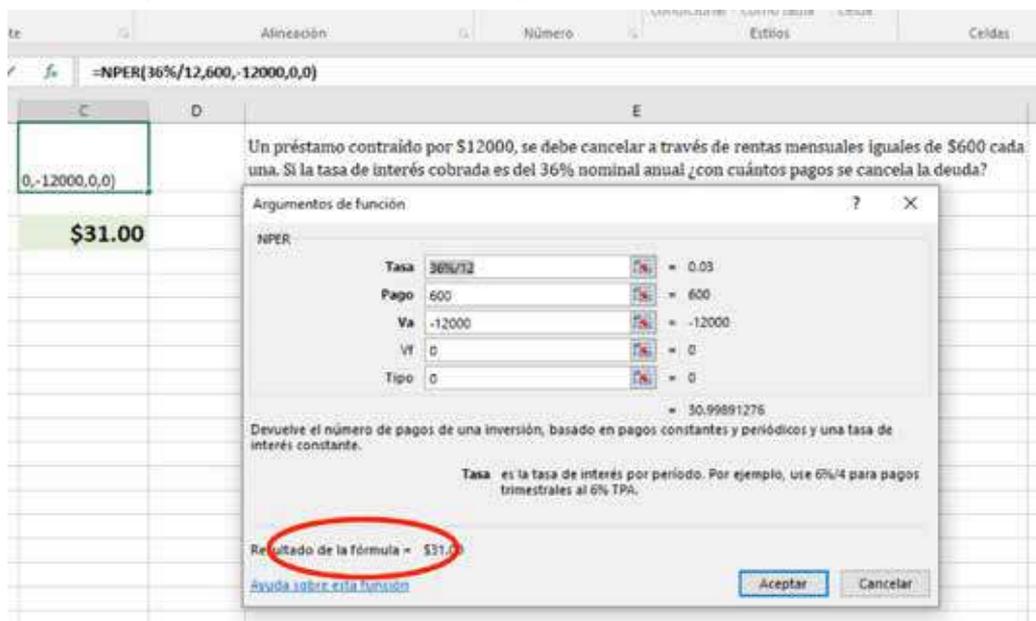
Tipo: valor lógico, para pago al comienzo del período 1; para pago al final del período 0 u omitirlo.

Ejercicio 6.7

Un préstamo contraído por USD 12 000 se debe cancelar a través de rentas mensuales iguales vencidas de USD 600 cada una. Si la tasa de interés cobrada es del 36 % nominal anual ;Con cuántos pagos se cancela la deuda?

Sintaxis de la fórmula en Excel: =NPER (36 %/12,600,-12 000,0,0)

Figura 6.5 Función número de períodos (Microsoft Excel, 2012)



6.3.6 Función interés efectivo

INT.EFECTIVO: devuelve la tasa de interés efectiva anual.

Tasa nominal: es la tasa de interés nominal.

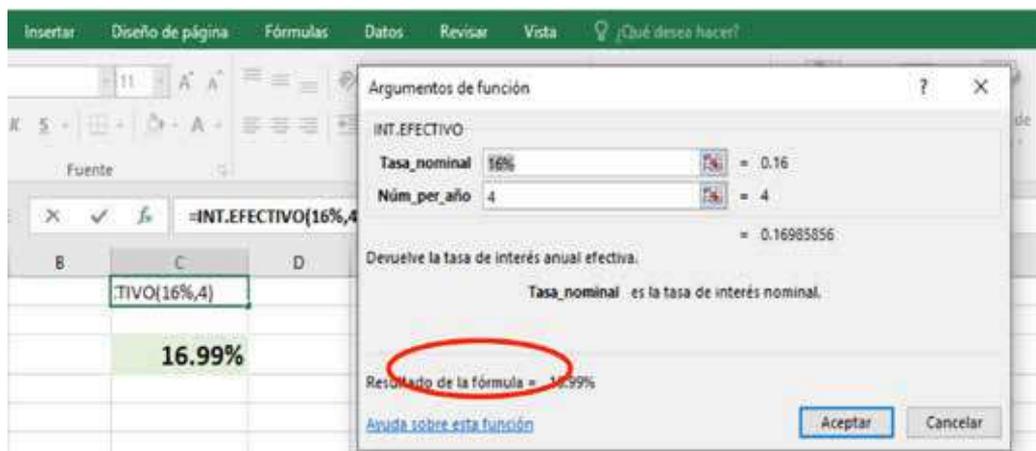
Num. per año: es el número de período en el año.

Ejercicio 6.8

Hallar la tasa efectiva que corresponde de una tasa nominal del 16 % con capitalización trimestral.

Sintaxis de la fórmula en Excel: =INT.EFECTIVO (16 % ,4)

Figura 6.6 Función interés efectivo (Microsoft Excel, 2012)



6.3.7 Función tasa nominal

Función textual en Excel: Tasa nominal: devuelve la tasa de interés nominal.

Tasa efectiva: es la tasa de interés efectiva.

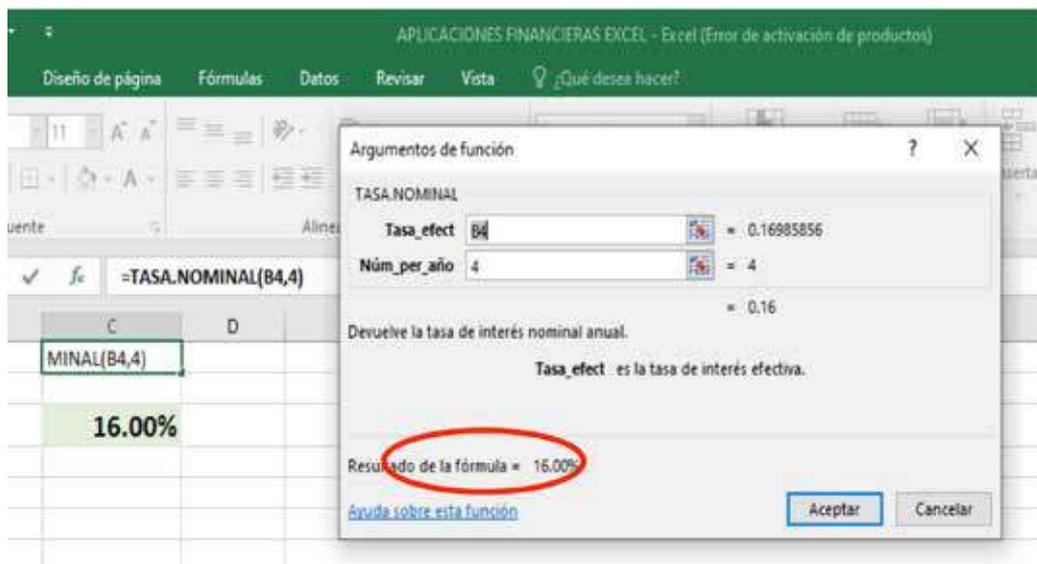
Núm. per año: es el número de períodos compuestos por año.

Ejercicio 6.9

Partiendo del ejercicio anterior en su inverso, hallar la tasa nominal anual que corresponde de una tasa efectiva trimestral del 16,99 %

Sintaxis de la fórmula en Excel: = TASA.NOMINAL (B4,4)

Figura 6.7 Función tasa nominal (Microsoft Excel, 2012)



6.3.8 Función pago principal y pago interés

Tabla 6.2 Función pago principal

FUNCIÓN PAGO PRIN	FUNCIÓN PAGO INT
Devuelve el pago del capital de una inversión determinada, basada en pagos constantes y periódicos, y una tasa de interés constante.	Devuelve el interés pagado por una inversión durante un período determinado, basado en pagos periódicos constantes y una tasa de interés constante.
Tasa: tasa de interés por período Período: especifica el período y deberá encontrarse en el rango comprendido entre 1 y nper Nper: número total de períodos de pago en una inversión Va: valor actual o la suma total de una serie de pagos futuros Vf: valor futuro o saldo en efectivo que se desea obtener después de efectuar el último pago	Tasa: tasa de interés por período Período: es el período para el que se desea encontrar el interés Nper: número total de períodos de pago en una inversión Va: valor actual o la suma total de una serie de pagos futuros Vf: valor futuro o saldo en efectivo que se desea obtener después de efectuar el último pago y que se asume 0 si se omite

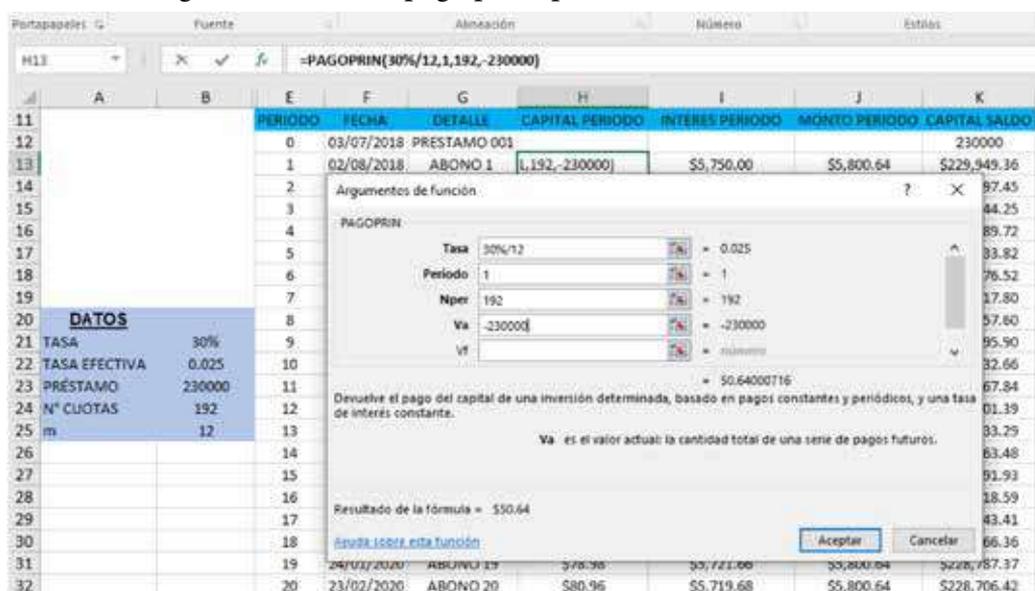
Ejercicio 6.10

PAGO PRIN, PAGO INT, PAGO

Olguita, compra un edificio por el valor de USD 300 000 para lo cual paga una entrada de USD 70 000 y el resto se financia con un préstamo a 16 años con interés del 30 % anual convertible mensualmente.

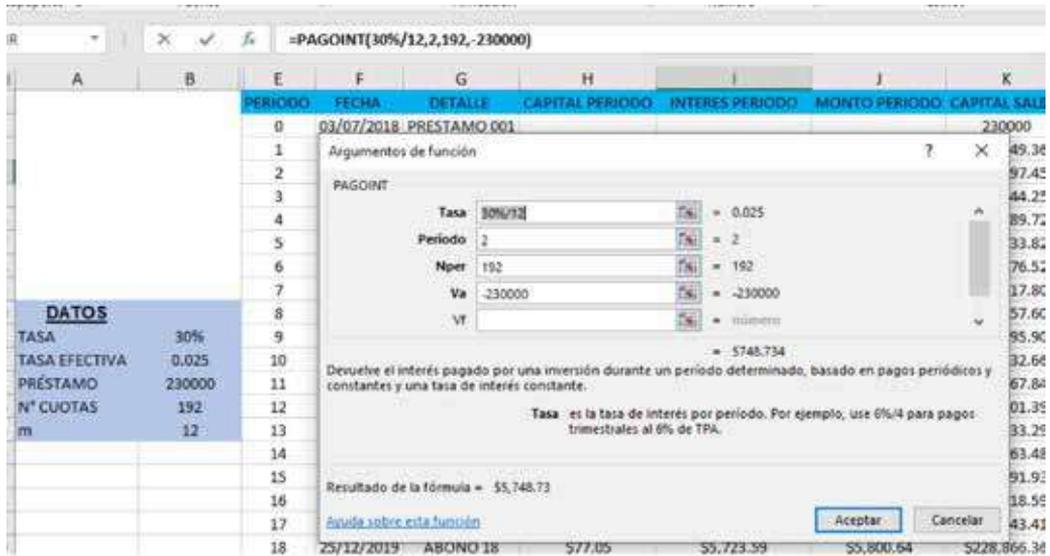
Sintaxis de la fórmula en Excel: =PAGOPRIN(30 %/12,1,192,-230 000)

Figura 6.8 Función pago principal (Microsoft Excel, 2012)



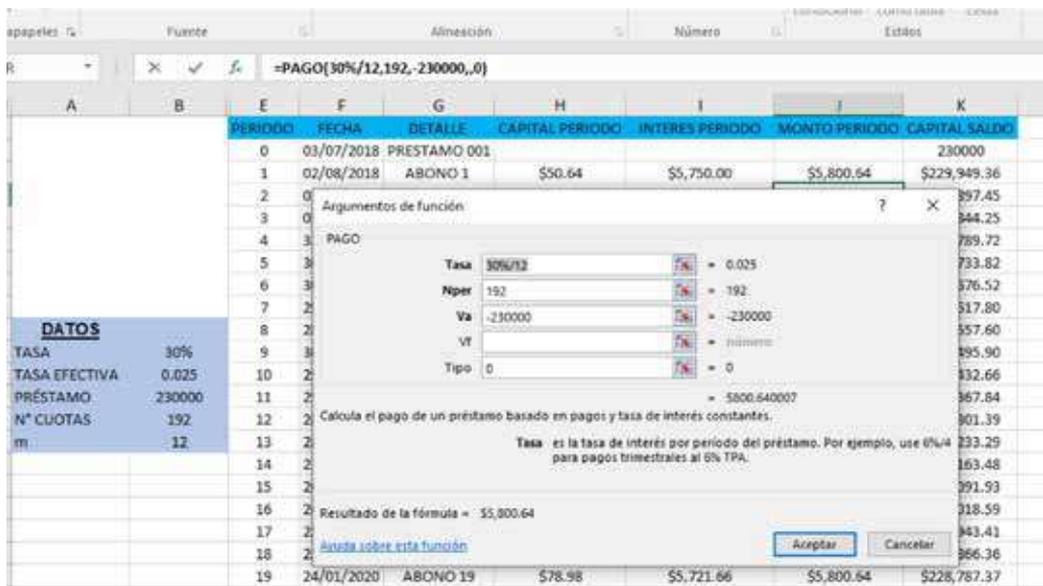
Sintaxis de la fórmula en Excel: =PAGOINT (30 %/12,2,192,-230 000)

Figura 6.9 Función pago interés (Microsoft Excel, 2012)



Sintaxis de la fórmula en Excel: = PAGO (30 %/12,192,-230 000,0)

Figura 6.10 Función pago (Microsoft Excel, 2012)



Construcción de una tabla de amortización:

Figura 6.11 Tabla de amortización (Microsoft Excel, 2012)

	A	B	E	F	G	H	I	J	K	L
			PERIODO	FECHA	DETALLE	CAPITAL PERIODO	INTERES PERIODO	MONTO PERIODO	CAPITAL SALDO	
11			0	03/07/2018	PRESTAMO 001				230000	
12			1	02/08/2018	ABONO 1	\$50.64	\$5,756.00	\$5,806.64	\$229,949.36	
13			2	01/09/2018	ABONO 2	\$51.91	\$5,748.73	\$5,800.64	\$229,897.45	
14			3	01/10/2018	ABONO 3	\$53.20	\$5,747.44	\$5,800.64	\$229,844.25	
15			4	31/10/2018	ABONO 4	\$54.53	\$5,746.11	\$5,800.64	\$229,789.72	
16			5	30/11/2018	ABONO 5	\$55.90	\$5,744.74	\$5,800.64	\$229,733.82	
17			6	30/12/2018	ABONO 6	\$57.29	\$5,743.35	\$5,800.64	\$229,676.52	
18			7	29/01/2019	ABONO 7	\$58.73	\$5,741.91	\$5,800.64	\$229,617.80	
19			8	28/02/2019	ABONO 8	\$60.20	\$5,740.44	\$5,800.64	\$229,557.60	
20			9	30/03/2019	ABONO 9	\$61.70	\$5,738.94	\$5,800.64	\$229,495.90	
21	DATOS		10	29/04/2019	ABONO 10	\$63.24	\$5,737.40	\$5,800.64	\$229,432.66	
22	TASA	30%	11	29/05/2019	ABONO 11	\$64.82	\$5,735.82	\$5,800.64	\$229,367.84	
23	TASA EFECTIVA	0.025	12	28/06/2019	ABONO 12	\$66.44	\$5,734.20	\$5,800.64	\$229,301.39	
24	PRÉSTAMO	230000	13	28/07/2019	ABONO 13	\$68.11	\$5,732.53	\$5,800.64	\$229,233.29	
25	N° CUOTAS	192	14	27/08/2019	ABONO 14	\$69.81	\$5,730.83	\$5,800.64	\$229,163.48	
26	m	12	15	26/09/2019	ABONO 15	\$71.55	\$5,729.09	\$5,800.64	\$229,091.93	
27			16	26/10/2019	ABONO 16	\$73.34	\$5,727.30	\$5,800.64	\$229,018.59	
28			17	25/11/2019	ABONO 17	\$75.18	\$5,725.46	\$5,800.64	\$228,943.41	
29			18	25/12/2019	ABONO 18	\$77.05	\$5,723.59	\$5,800.64	\$228,866.36	
30			19	24/01/2020	ABONO 19	\$78.98	\$5,721.66	\$5,800.64	\$228,787.37	
31			20	23/02/2020	ABONO 20	\$80.96	\$5,719.68	\$5,800.64	\$228,706.42	
32			21	24/03/2020	ABONO 21	\$82.98	\$5,717.66	\$5,800.64	\$228,623.44	
33										

6.3.9 Función valor neto actual

VNA: devuelve el valor neto presente de una inversión a partir de una tasa de descuento y una serie de pagos futuros (valores negativos) y entradas (valores positivos).

Tasa: tasa de descuento durante un período.

Valor 1, valor 2, valor3... son pagos e ingresos, igualmente espaciados y que tienen lugar al final de cada período.

Ejercicio 6.11

La cadena hotelera De Glace tiene en mente realizar una inversión para la apertura de un nuevo hotel en Ecuador. La inversión requiere infraestructura to-

tal por un valor de USD 900 000; sin embargo, en su decisión debe tomar la localización:

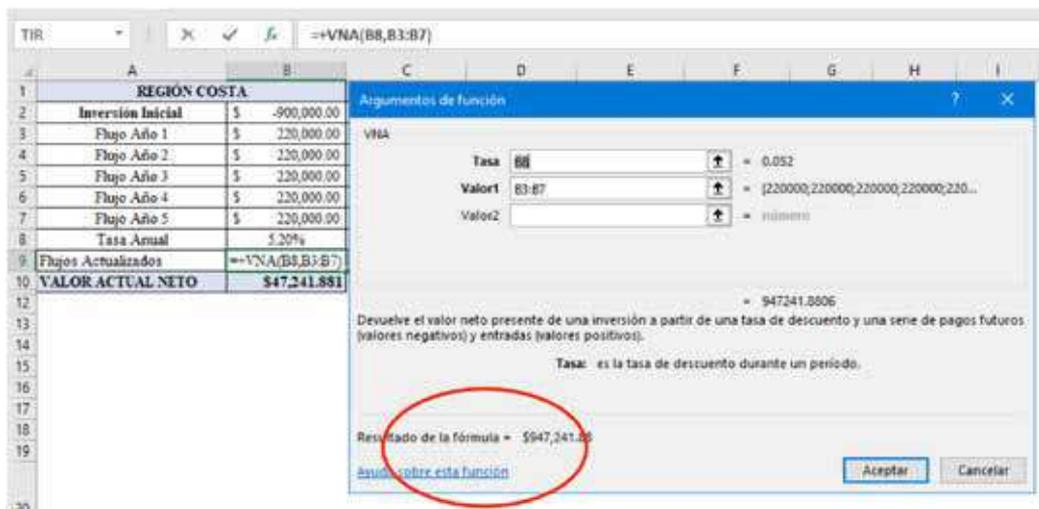
- Si el hotel se localiza en la región Costa, obtendrá un flujo constante cada año de USD 210 000 durante los próximos cinco años.
- En región Sierra, tendrá en consideración para los próximos 5 años flujos de USD 125 000, USD 180 000, USD 220 000, USD 270 000 y USD 310 000, respectivamente.

Sobre la base de los datos expuestos, en qué región le conviene construir el hotel, si se conoce que la tasa de actualización es del 5,20 % anual requerida por el inversionista. Hallar el valor actual neto.

Opción Costa:

Sintaxis de la fórmula en Excel: = VNA (B8,B3:B7)

Figura 6.12 Función VNA (Microsoft Excel, 2012)



$$VAN = -I_0 + \frac{fc_1}{(1+i)^1} + \frac{fc_2}{(1+i)^2} + \frac{fc_3}{(1+i)^3} + \frac{fc_4}{(1+i)^4} + \frac{fc_5}{(1+i)^5}$$

$$VAN = -I_0 + \text{Flujos actualizados}$$

$$VAN = -\text{USD } 900\,000 + \text{USD } 947\,241,88$$

$$VAN = \text{USD } 47\,241,88$$

Opción Sierra:

Sintaxis de la fórmula en Excel: =VNA (C8,D3:D7)

Figura 6.13 Función VNA, (Microsoft Excel, 2012)

REGIÓN SIERRA	
Inversión Inicial	\$ -900,000.00
Flujo Año 1	\$ 125,000.00
Flujo Año 2	\$ 180,000.00
Flujo Año 3	\$ 220,000.00
Flujo Año 4	\$ 270,000.00
Flujo Año 5	\$ 310,000.00
5.20%	anual
Flujos Actualizados	D7)
VALOR ACTUAL NETO	\$31,467.121

Argumentos de función

VNA

Tasa: C8 = 0,052

Valor1: D3:D7 = {125000;180000;220000;270000;310...}

Valor2: = número

= 531467,1209

Devuelve el valor neto presente de una inversión a partir de una tasa de descuento y una serie de pagos futuros (valores negativos) y entradas (valores positivos).

Tasa: es la tasa de descuento durante un periodo.

Resultado de la fórmula = \$31,467.121

Evitar sobre esta función

Aceptar Cancelar

$$VAN = -I_0 + \frac{fc_1}{(1+i)^1} + \frac{fc_2}{(1+i)^2} + \frac{fc_3}{(1+i)^3} + \frac{fc_4}{(1+i)^4} + \frac{fc_5}{(1+i)^5}$$

$$VAN = -I_0 + \text{Flujos actualizados}$$

$$VAN = -\text{USD } 900\,000 + \text{USD } 931\,467,12$$

$$VAN = \text{USD } 31\,467,12$$

De acuerdo con las reglas de decisión del valor actual neto, corresponde la elección a la región Costa; sin embargo, los dos poseen un valor actual neto positivo.

6.3.10 Función tasa interna de retorno

TIR: devuelve la tasa interna de retorno de una inversión para una serie de valores en efectivo.

Valores: es una matriz o referencia a celdas que contengan los números para los cuales se desea calcular la tasa interna de retorno.

Estimar: es un número que el usuario estima que se aproximará al resultado de TIR; se asume 0,1 (10 %), si se omite.

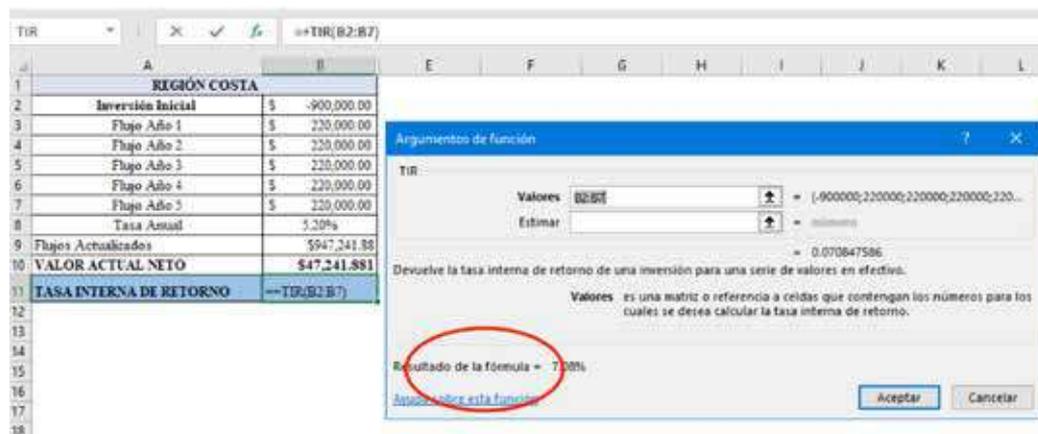
Ejercicio 6.12

Basados en el ejercicio del valor actual neto, procedemos a calcular la tasa interna de retorno:

Opción Costa:

Sintaxis de la fórmula en Excel: =TIR (B2:B7)

Figura 6.14 Función tasa interna de retorno (Microsoft Excel, 2012)



$$TIR = -I_0 + \text{Flujos actualizados}$$

$$TIR = -I_0 + fc_1 + fc_2 + fc_3 + fc_4 + fc_5$$

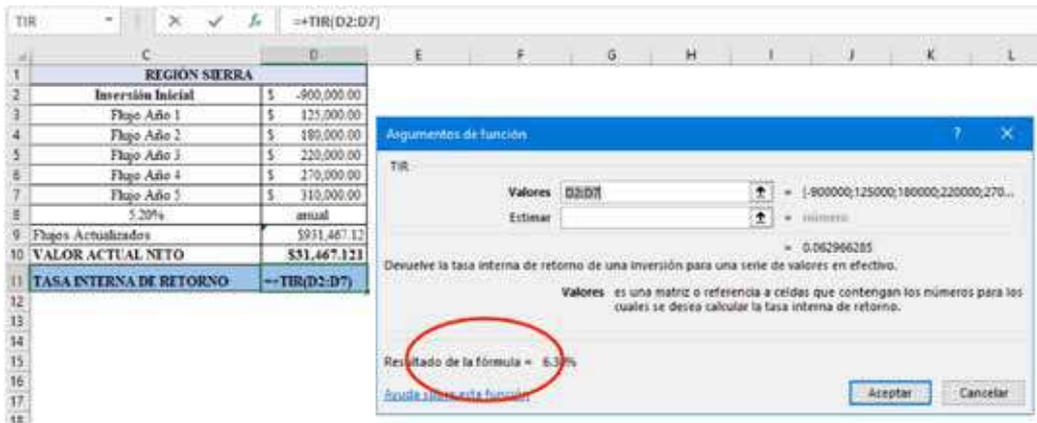
$$TIR = -USD 900 000 + USD 220 000$$

$$TIR = 7,08 \%$$

Opción Sierra:

Sintaxis de la fórmula en Excel: =TIR (D2:D7)

Figura 6.15 Función TIR 2 (Microsoft Excel, 2012)



$$TIR = -I_0 + \text{Flujos actualizados}$$

$$TIR = -I_0 + fc_1 + fc_2 + fc_3 + fc_4 + fc_5$$

$$TIR = -USD 900 000 + USD 125 000 + USD 180 000 + USD 220 000 + USD 270 000 + USD 310 000$$

$$TIR = 6,30 \%$$

Bajo el análisis de la tasa interna de retorno, la opción que más le conviene a la cadena hotelera es construir el hotel en la región Costa, en virtud de que la TIR, asciende a 7,08 % anual, a diferencia de la opción Sierra que presentó, bajo las condiciones establecidas, un 6,30 % en TIR.

6.4 EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

1. La empresa Alfa S. A. ha realizado una inversión inicial por el valor de USD 260 000. Los flujos netos de caja generados son:

Años	1	2	3	4	5	6
Flujo neto de caja (en miles de USD)	30 000	60 000	90 000	100 000	120 000	130 000

2. Determine la viabilidad del proyecto a través del VAN, si el costo mínimo de rendimiento asciende al 18 % anual.
3. Determine: ¿a cuánto ascienden la TIR si la tasa mínima de rendimiento a la que el dueño de la inversión aspira en este proyecto asciende al 22 % anual? Analice y valore la respuesta y decida si es viable o no esta propuesta de proyecto de inversión.

6.5 COMPETENCIAS PARA FORMAR EN LOS ESTUDIANTES

Tabla 6.3 Competencias que se deben formar en los estudiantes

COMPETENCIAS	AUTOVERIFICACIÓN
ACTITUDES Y VALORES	Cumplimiento de las normas
	Esfuerzo interés y dedicación en los trabajos dentro y fuera del aula
	Rigor, exactitud, profesionalismo
HABILIDADES INSTRUMENTALES	Resolución de problemas.
	Capacidad de organizar y planificar.
	Conocimientos básicos de la profesión.
INTERPERSONALES	Toma de decisiones
	Trabajo en equipo.
	Capacidad de trabajar en un equipo interdisciplinar.
	Compromiso ético.
SISTÉMICAS	Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica.
	Capacidad de aprender.
	Capacidad para adaptarse a nuevas situaciones.
	Capacidad para generar nuevas ideas (creatividad).
	Habilidad para trabajar de forma autónoma.
	Preocupación por la calidad.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aranzábal, M. (2005). Matemática financiera. Recuperado de <https://elibro.net/es/ereader/epoch/50297?page=212>.
- Asociación de Bancos Privados del Ecuador. (2010). La importancia de la profundización financiera y bancarización en el Ecuador. Asobanca. <https://www.asobanca.org.ec/sites/default/files/noviembre.pdf>
- Babcomer, S. (2020). Tasa de interés real. BBVA. https://www.bbva.mx/educacion-financiera/t/tasa_de_interes_real.html
- Banco del Pacífico. (2020). *Simulador de Crédito*. [Aplicación móvil]. Recuperado en: <https://www.aplicacionesbp.com.ec:4443/simulador-credito-web/faces/TablaAmortizacion>
- Banco del Pichincha. (2020). *Simulador de Crédito*. [Aplicación móvil]. Recuperado en: <http://wwwh1.pichincha.com/bancopichincha/jsp/mca/ecuhabitat/credicalcMiamiPrueba.jsp>
- BanEcuador. (2020). Simulador de Crédito. [Aplicación móvil]. Recuperado en: <https://www.banecuador.fin.ec/simulador-de-credito/>
- BBVA. (2016). Diferencias entre un préstamos y líneas de crédito. BBVA. <https://www.bbva.com/es/diferencias-entre-un-prestamo-y-un-credito/>
- BCE. (2020). ¿Qué son las tasas de interés? BCE. <https://www.bce.fin.ec/index.php/component/k2/item/156-preguntas-frecuentes-banco-central-del-ecuador>
- Berk, J. y Demarzo, P. (2008). Finanzas corporativas. Pearson Educación.
- Boero, C. Evaluación de proyectos. Córdoba: Jorge Sarmiento Editor - Universitas, 2020. p. Recuperado en: <https://elibro.net/es/ereader/epoch/172500?page=54>
- Bolsa de Valores de Guayaquil. (2012). *Diccionario de Economía y Finanzas de la Bolsa de Valores de Guayaquil* (4.^a ed.), recuperado de https://www.ecotec.edu.ec/material/material_2016D1_DER461_11_58873.pdf

- Boullosa, A. & Ríos, L. (2017). *Matemática financiera*. Editorial Feijóo. Recuperado en: <https://elibro.net/es/ereader/epoch/71685?page=55>.
- Buenaventura, G. (2003). La tasa de interés: información con estructura. *Estudios Gerenciales* 19 (86), 39-50.
- Codificación de Resoluciones Monetarias, Financieras de valores y Seguros. Registro Oficial 1010, 23 de mayo de 2017.
- Código Orgánico Monetario y Financiero, Libro II, Ley de Mercado de Valores. Registro Oficial 332, de 12 de Septiembre de 2014.
- Colegio24hs. (2004). Potenciación. Colegio24hs. <https://ebookcentral.proquest.com/lib/epochsp/detail.action?docID=3157755>.
- Constitución de la República del Ecuador. Registro Oficial 449, 20 de octubre de 2008.
- CFN. (2020). Manual de procedimientos para novación, refinanciamiento y reestructuración del crédito. <https://www.cfn.fin.ec/wp-content/uploads/downloads/2019/01/MP-GCC-03-NR.pdf>
- Fernández, C. (2010). Análisis epistemológico de la secuencia numérica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 13 (1), 59-87.
- Fernández, R. (2016), *Sistemas de capitalización compuesta*. <http://repositorio.udea.edu.pe/handle/123456789/38>
- Franco, J., Pierdant, A. y Rodríguez, E. (2014). *Matemáticas financieras 1*. Grupo Editorial Patria.
- Galbilaith, J. (1983). *El dinero. De dónde vino y adónde fue*. Ariel.
- García, J. (2000). *Matemáticas financieras*, 3.a ed. Prentice Hall.
- Goldschmidt, R. (2008). *Curso de Derecho Mercantil*. Universidad Católica Andrés Bello.
- Granville, S. (1969). *Trigonometría plana y esférica*. Unión Tipográfica Editorial Hispano Americana.
- Gutiérrez Banegas, M. Á. (2020). *Matemáticas financieras*. Instituto Mexicano de Contadores Públicos.

- INEC. (2019). Índices de precios al consumidor. Ecuador en cifras. https://www.ecuadorencifras.gob.ec/documentos/web-inec/Inflacion/2019/Enero-2019/Boletin_tecnico_01-2019-IPC.pdf
- Jácome, H. (2007). El sistema financiero y su papel en el desarrollo económico y social (Propuestas programáticas). *Tendencia Revista de Análisis Político. Coyuntura 2007 perspectivas y propuestas* 4, 98-103.
- Jurado, J. A. (2016). *Matemática financiera*. Huapango.
- Kisbye, P. y Levstein, F. (2010). *Matemática financiera*. Saavedra.
- Ley 55 de 2012. Ley General de Instituciones del Sistema Financiero, Codificación 0. 12 de marzo de 2012. D.O. No. 250
- Ley de Régimen Tributario Interno. Registro Oficial 26, 21 de agosto de 2018.
- Ley Orgánica para la Reestructuración de las Deudas de la Banca Pública, Bancarrotada y Gestión del Sistema Financiero Nacional y Régimen de Valores. Registro Oficial 986, 18 de abril de 2017 Registro Oficial N° 332 (2014), Código Orgánico Monetario y Financiero. Ecuador.
- Ley para la Transformación económica del Ecuador. Registro Oficial 930, 7 de mayo de 1992.
- López, A. (2020). La desintermediación financiera, una oportunidad de inversión. Imantia. <https://descubre.imantia.com/desintermediacion-financiera-oportunidad-inversion/>
- Meza, J. (2011). *Matemáticas financieras aplicadas: uso de las calculadoras financieras y Excel*, 4.a ed. Ecoe Ediciones.
- Meza, J. (2013). *Matemáticas financieras aplicadas: uso de las calculadoras financieras y Excel*, 5.a ed. Ecoe Ediciones.
- Microsoft Excel, (2012) [programa informático].
- Molinares, C. R., Barboza, M. G. y Algarin, C. P. (2009). *Fundamentos de Matemáticas financieras*. Universidad Libre Sede Cartagena.
- Molina, A. (2017, 24 de enero). *Fundamentos financieros: El valor actual neto (VAN)* <https://www.esan.edu.pe/apuntes-empresariales/2017/01/fundamen->

tos-financieros-el-valor-actual-neto-van/#:~:text=El%20valor%20actual%20neto%20(VAN)%20es%20un%20indicador%20financiero%20que,ganancia%2C%20el%20proyecto%20es%20viable.

Nieves, E. M. (2018, 13 de abril). Financial Math. https://edumatth.weebly.com/uploads/1/3/1/9/13198236/las_matematicas_financieras_interes_compuesto.pdf

Palma, M., Jiménez, R. y Quintuizaca, P. (2020). Aplicación móvil multiplataforma para la simular créditos bancarios mediante geolocalización. Recuperado de: <http://dx.doi.org/10.23857/dc.v6i3.1287>

Pérez, A. (2015). Sistemas de amortización de préstamos con cuotas constantes. Facultad de ciencias económicas y empresariales Universidad de Valladolid.

Ramón, T., Lozano, M. y Ramón M. (2015). Matemáticas de las operaciones financieras. Universidad Politécnica de Cartagena.

Resolución 043-2015-F. Segmentos de crédito autorizados, R.O. No. 484. Recuperado de: <https://www.oficial.ec/resolucion-043-2015-f-expidense-normas-que-regulan-segmentacion-cartera-credito-entidades-sistema>, fecha. 29 de septiembre de 2015.

Resolución 133-2015-M. Normas que regulan las tasas de interés, Codificación 0. 29 de septiembre de 2015. R.O. No. 628

Regulación 058-2014. Registro Oficial 266, del 12 de junio de 2014.

Ríos, L. y Torrecilla, M. (2017). Matemática financiera. Editorial Universitaria.

Rivera Salcedo, J. (2010). Matemáticas financieras. Instituto Politécnico Nacional.

Rodríguez, J. y Rodríguez, I. (2015). Matemáticas financieras con aplicaciones en Excel. Grupo Editorial Patria.

Romero, Y. (2009). Papeles comerciales. El Cid.

Ruiz, J. (2014). Geometría analítica. Grupo Editorial Patria.

Resolución 133-2015-M. Normas que regulan las tasas de interés, Codificación 0. 29 de septiembre de 2015. R.O. No. 628

Superintendencia de Bancos del Ecuador. (2019). Glosario de Términos. Superbancos. <https://www.superbancos.gob.ec/bancos/glosario-de-terminos/>

Superintendencia de Compañías, Valores y Seguros. (2020). Glosario bursátil. Supereducados, Superintendencia de Compañías. <https://supereducados.supercom.com.ec/index.php/glosario-bursatil/>

Tarango, J. (2019). Matemáticas financieras. Cano Pina.

Universidad Internacional de Valencia. (2018). ¿Cómo afecta el coste de oportunidad a una decisión? Universidad Internacional de Valencia. Recuperado de: <https://www.universidadviu.com/como-afecta-el-coste-de-oportunidad-a-una-decision/>

Valdéz Adoldo, R. (2016, 13 de agosto). Matemática financiera. Silo Tips. <https://silo.tips/download/matematicas-financieras-8>

La presente publicación, tiene por objetivo acercar al lector al cálculo y análisis de las diferentes operaciones financieras legalmente establecidas en Ecuador, siendo un instrumento imprescindible para el estudio financiero, económico para valorar el dinero en el tiempo, pues encontrarán una serie de ejercicios enfocados a la práctica crediticia y de toma de decisiones financieras que podrá replicar conforme sus requerimientos cotidianos. El libro está estructurado por seis capítulos que se inician con los aspectos teóricos bajo un entorno legal ecuatoriano, aplicación práctica y un sinnúmero de casos de estudio, para finalmente concluir en un nivel operativo bajo una hoja de cálculo Excel, donde se pone a prueba las funciones financieras, de tal manera que se optimice el tiempo de la resolución con las matemáticas de casos.

Olga Maritza Rodríguez Ulcuango. Ingeniera de Empresas, Magíster en Administración Financiera y Comercio Internacional. Ha desempeñado su trayectoria como profesional en la administración de microempresas y asesorías financieras, desde la docencia en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, impartiendo cátedras en el área de las ciencias administrativas y financieras. Es parte de proyectos de investigación y vinculación, orientados a la solución de problemas financieros y sociales en que se generaron decenas de artículos científicos en revistas indexadas y obras de relevancia; es parte de comités evaluadores en congresos y revista científica a nivel nacional..

Hernán Octavio Arellano Díaz. Ingeniero de Empresas; postgrado en la Universidad de Oriente Santiago de Cuba, Cuba; Máster en Dirección de Negocios MBA; diplomado en Estadística Informática aplicada a la Educación; Especialista en Computación Aplicada al Ejercicio Docente; Diplomado superior en Inteligencia Emocional y Desarrollo del Pensamiento; Par Académico Nacional, en calidad de Evaluador Externo en el Contexto de la Acreditación Institucional del Ecuador; Director programa radial Segmento Económico "Agenda Empresarial"; Finalista 4ta. Copa nacional universitaria de "Simulación de Negocios, Gerente Administrativo y financiero. FCPC- DESPOCH; Director de escuela en varias oportunidades. Profesor a tiempo completo de las cátedras de Planificación Estratégica y Matemática Financiera.



ISBN: 978-9942-40-449-7



9 789942 404497